Chaos and Correlation
International Journal, December 12, 2011

Структура нейтрона в теории Калуцы-Клейна

Neutron structure in Kaluza-Klein theory

Alexander P. Trunev (Toronto, Canada)

Alexander P. Trunev

На основе теории Калуцы-Клейна изучены особые состояния атома водорода, возникающие при взаимодействии протона со скалярным полем. Показано, что некоторые состояния таких атомов имеют параметры нейтрона.
.

Ключевые слова: Теория Калуцы-Клейна, атом водорода, нейтрон, протон, электрон.

The special states of a hydrogen atom, arising from the interaction of a proton with a scalar massless field studied on the basis of Kaluza-Klein theory. It is shown that some states of the atoms have parameters of the neutron.

Keywords: KALUZA-KLEIN THEORY, Hydrogen atom, Electron, Proton, Neutron.

Введение

Поиски метрики, описывающей элементарные частицы, продолжаются уже более 100 лет. Отметим работу Паули и Эйнштейна /1/, метрику Калуцы /2/, метрику Рейснера-Нордстрема-де Ситтера /3/, метрику Керра-Ньюмана /4/, метрику Джунушалиева /5/ и модели геонов /6/.

Было установлено /7/, что влияние электромагнитного поля на метрику в пятимерном пространстве приводит к изменению спектра масс элементарных частиц. В частности, при взаимодействии протона со скалярным безмассовым полем могут образоваться частицы с массой близкой к массе нейтрона. В настоящей работе в рамках модели /7/ дано решение задачи о структуре нейтрона.

Описание модели

Следуя /7/, предположим, что вблизи массивного центра гравитации метрический тензор в 5-мерном пространстве представляется в виде ряда по степеням расстояния до источника, $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, следовательно

$$G_{ik} = G_{ik}(0) + \dot{G}_{ik}(0)kr + \ddot{G}_{ik}(0)\frac{(kr)^2}{2} + \ldots \qquad (1)$$

Здесь параметром k задается масштаб области применения модели (1), а точкой обозначено дифференцирование по безразмерному параметру $\tilde{r} = kr$. Рассмотрим вид тензора (1), возникающего при удержании первых трех членов разложения для случая метрики в поле центральных сил с гравитационным потенциалом в форме Ньютона.

Положим $x^1 = ct, x^2 = x, x^3 = y, x^4 = z$, в этих обозначениях имеем для квадрата интервала в 4-мерном пространстве:

$$
\begin{aligned}
ds^2 &= (1 + 2\varphi / c^2)c^2 t^2 - (1 - 2\varphi / c^2)\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right) \\
\varphi &= -\frac{\gamma M}{r}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Здесь γ - гравитационная постоянная, М – масса центрального тела, с – скорость света. Предположим, что коэффициенты метрики в 5-мерном пространстве характеризуется некоторым параметром $\varepsilon^2 = G_{11}(0) = -\dot{G}_{11}(0)$. Тогда, полагая, что $\varepsilon^2 / k = 2\gamma M / c^2$, приходим к выражению интервала в зависимости от параметров метрики в 5-мерном пространстве:

$$ds^2 = (1 - \varepsilon^2 / kr)c^2 t^2 - (1 + \varepsilon^2 / kr)\left(dx^2 + dy^2 + dz^2\right) \tag{3}$$

Далее заметим, что в этом случае метрический тензор в четырехмерном пространстве является диагональным с компонентами

$$g_{11} = 1 - \varepsilon^2 / kr; \quad g_{22} = g_{33} = g_{44} = -(1 + \varepsilon^2 / kr) \tag{4}$$

Зададим векторный потенциал источника, связанного с центром гравитации в виде

$$g_1 = \varepsilon / kr, \quad \mathbf{g} = g_1 \mathbf{u} \tag{5}$$

Здесь $\mathbf{u}$ – некоторый вектор в трехмерном пространстве, который определим ниже. Отсюда находим скалярный и векторный потенциал электромагнитного поля

$$\varphi_e = \frac{q}{r} = \frac{mc^2}{e}\frac{\varepsilon}{kr}, \quad \mathbf{A} = \varphi_e \mathbf{u} \tag{6}$$

Полагая $N = (kr)^2$ и вычисляя метрический тензор в 5-мерном пространстве, с учетом (4)-(5), находим, что в этом случае выражение (1) содержит в правой части только три члена ряда разложения по степеням параметра $\tilde{r} = kr$

$$G_{ik} = \begin{pmatrix} Ng_{ik} + Ng_i g_k & Ng_k \\ Ng_i & N \end{pmatrix} = G_{ik}(0) + \dot{G}_{ik}(0)(kr) + \ddot{G}_{ik}(0)\frac{(kr)^2}{2} \tag{7}$$

Отметим, что нулевой член разложения (7), описывающий плоское пространство, зависит от наличия заряда. В метрике (7) всякое массивное тело может иметь положительный или отрицательный электрический заряд $q = \pm mc\sqrt{2\gamma M / k} / e$. Поскольку же заряд квантуется, можно определить массу, порождающую электрон или протон, из соотношений: $q=e$, $M=m$, следовательно, $m^3 = ke^4/2c^2\gamma$. Отсюда находим выражение неизвестного параметра теории

$$k = 2\gamma m^3 c^2 / e^4 \tag{8}$$

Заметим, что это выражение соответствует закону Кулона в форме (6) в Гауссовой системе единиц. В системе СИ правую часть (8) следует умножить на $(4\pi\varepsilon_0)^2$, где ε_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума. Численное значение параметра (8), имеющего размерность обратной длины, составляет в случае электрона около $1{,}7\cdot10^{-28}$ м$^{-1}$, а в случае протона приблизительно $1{,}05\cdot10^{-18}$ м$^{-1}$. Отметим, что соответствующий масштаб в случае электрона превосходит размер наблюдаемой Вселенной, тогда как для протонов этот масштаб составляет около 100 световых лет.

Этот результат показывает, что для описания движения в четырехмерных мирах с учетом сил гравитации и электромагнетизма требуется лишь конечное число членов ряда (1) в разложении метрического тензора в 5-мерном пространстве.

Рассмотрим вопрос о нижнем пределе применимости развиваемой модели. Для этого сравним нулевой и второй члены разложения (8). Предполагая, что эти слагаемые имеют один порядок, $(kr)^2 \approx \varepsilon^2$, находим соответствующий минимальный радиус, $r_{\min} \approx \varepsilon / k = e^2 / mc^2$, который в случае электрона совпадает с его классическим радиусом – таблица 1. На этом масштабе электростатическое поле существенно влияет на метрику 5-мерного пространства, как буде показано ниже. Отметим, что минимальный размер в случае протона совпадает с радиусом действия слабого взаимодействия.

Таблица 1. Параметры разложения метрического тензора G_{ik}

	k, 1/м	ε	$r_{\max}$, м	$r_{\min}$, м
e-	1,703163E-28	4,799488E-43	5,87E+27	2,81799E-15
p+	1,054395E-18	1,618178E-36	9,48E+17	1,5347E-18

Чтобы вычислить контравариантный тензор G^{ik}, используем общее выражение в форме /7/

$$G^{ik} = N^{-1}\begin{pmatrix} g^{ik} & -g^k \\ -g^i & 1+g^{ik}g_i g_k \end{pmatrix} \tag{9}$$

Вычисляя контравариантные компоненты четырехмерного метрического тензора и векторного потенциала, согласно (5), находим, что

$$\begin{gathered} g^{11} = a = (1-\varepsilon^2/kr)^{-1}; \quad g^{22} = g^{33} = g^{44} = b = -(1+\varepsilon^2/kr)^{-1} \\ g^1 = ag_1,\ g^2 = bg_2,\ g^3 = bg_3,\ g^4 = bg_4 \end{gathered} \tag{10}$$

Отсюда, вычисляя контравариантный тензор G^{ik} по уравнению (9), получим

$$G^{ik} = N^{-1}\begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 & -g^1 \\ 0 & b & 0 & 0 & -g^2 \\ 0 & 0 & b & 0 & -g^3 \\ 0 & 0 & 0 & b & -g^4 \\ -g^1 & -g^2 & -g^3 & -g^4 & \lambda \end{pmatrix} \qquad (11)$$

Здесь обозначено $\lambda = 1 + ag_1^2 + b(g_2^2 + g_3^2 + g_4^2)$. Отметим, что контравариантные компоненты векторного потенциала и метрического тензора в 4-х и 5-мерном пространстве, пропорциональные параметру a, имеют особенность в точке $r = \varepsilon^2 / k = 2\gamma M / c^2$, что соответствует гравитационному радиусу. Определитель метрического тензора равен обратной величине определителя контравариантного тензора G^{ik}, который легко вычисляется для матрицы (11), имеем в результате (см. /7/)

$$G = N^5 a^{-1} b^{-3} \qquad (12)$$

Для описания движения материи с учетом ее волновых свойств, предположим, что стандартное уравнение Гамильтона-Якоби в релятивистской механике и уравнение типа Клейна-Гордона в квантовой механике возникают как следствие выполнения волнового уравнения в 5-мерном пространстве /7/. Это уравнение в общем случае можно записать в виде:

$$\frac{1}{\sqrt{-G}}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\sqrt{-G}G^{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial x^\nu}\Psi\right) = 0 \qquad (13)$$

Здесь Ψ - волновая функция, описывающая, согласно (13), безмассовое скалярное поле в пятимерном пространстве.

Уравнение (13) интересно тем, что из него, путем простого обобщения, можно вывести все основные модели квантовой механики, включая уравнение Дирака, а в нерелятивистском случае это уравнение сводится к уравнению Шредингера. Из него можно также вывести уравнение эйконала, которое в 4-х мерном пространстве сводится к уравнению Гамильтона-Якоби, описывающему движение релятивистских заряженных частиц в электромагнитном и гравитационном поле /7/.

Далее заметим, что в исследуемой метрике, зависящей только от радиальной координаты, выполняется следующее соотношение

$$F^\mu = N\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\sqrt{-G}G^{\mu\nu}\right) = N\frac{\partial r}{\partial x^\mu}\frac{d}{dr}\left(\sqrt{-G}G^{\mu\nu}\right) \qquad (14)$$

С учетом выражений (10), (14) запишем волновое уравнение (13) в виде

$$\frac{a}{c^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} - |b|\nabla^2\Psi + \lambda\frac{\partial^2\Psi}{\partial\rho^2} - 2g^i\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^i\partial\rho} + F^\mu\frac{\partial\Psi}{\partial x^\mu} = 0 \tag{15}$$

Отметим, что последнее слагаемое в уравнении (15) имеет порядок $N^2k = k^5r^4 \ll 1$. Следовательно, это слагаемое можно отбросить в задачах, характерный масштаб которых значительно меньше, чем максимальный масштаб из таблицы 1. Уравнение (15) примечательно тем, что оно не содержит каких-либо параметров, характеризующих скалярное поле. Поле приобретает массу и заряд (не только электрический, но и сильный, и слабый /7/) в процессе взаимодействия с центральным телом, что обусловлено только метрикой 5-и мерного пространства.

Спектр атомных частиц с аксиальной симметрией

Рассмотрим задачу о движении материи вокруг заряженного центра гравитации, обладающего электрическим и сильным зарядом, например, вокруг протона. В процессе решения этой задачи необходимо определить инерционную массу материи и энергию связи. Поскольку уравнение (15) является линейным и однородным, такую задачу можно решить в общем случае.

Введем полярную систему координат (r,ϕ,z) с осью z направленной вдоль векторного потенциала (6), положим в уравнении (15)

$$\Psi = \psi(r)\exp(il\phi + ik_z z - i\omega t - ik_\rho\rho) \tag{16}$$

Разделяя переменные, находим, что радиальное распределение материи описывается следующим уравнением (здесь отброшено, в силу его малости, последнее слагаемое в уравнении (15)):

$$-\frac{a\omega^2}{c^2}\psi - |b|\left(\psi_{rr} + \frac{1}{r}\psi_r - \frac{l^2}{r^2}\psi - k_z^2\psi\right) - \lambda k_\rho^2\psi + 2g^1c^{-1}\omega k_\rho\psi - 2g^z k_z k_\rho\psi = 0 \tag{17}$$

Будем считать, что характерный масштаб пространственного распределения материи значительно превосходит гравитационный радиус, $r >> \varepsilon^2/k = 2\gamma M/c^2$. Тогда в первом приближении можно положить, что $a \approx -b \approx 1;\ \lambda = 1 + g_1^2 - \mathbf{g}^2 \approx 1$. Используем также определение векторного и скалярного потенциала (5), в результате получим

$$\begin{gathered}\psi_{rr} + \frac{1}{r}\psi_r - \frac{l^2}{r^2}\psi - k_z^2\psi + \left(K^2 + \frac{\kappa_g}{r}\right)\psi = 0\\ K^2 = k_\rho^2 + \omega^2/c^2,\quad \kappa_g = -2\varepsilon k_\rho(k_z u_z + \omega/c)/k > 0\end{gathered} \tag{18}$$

Отметим, что уравнение (18) по форме совпадает с тем, что было получено в работах /8-9/ в случае аксиально-симметричных решений уравнений Шредингера, описывающих особые состояния атома водорода. Будем искать решение уравнения (18) в виде

$$\psi = \psi_0 \frac{\exp(-r/r_0)}{r^a} \tag{19}$$

Подставляя выражение (19) в уравнение (18), находим

$$\frac{a^2 - l^2}{r^2} + \frac{2a - 1 + r_0\kappa_g}{rr_0} + \frac{1}{r_0^2} - k_z^2 + k_\rho^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \tag{20}$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях r, находим уравнения для определения неизвестных параметров:

$$a = \pm l, \quad r_0 = \frac{1-2a}{\kappa_g}, \quad \frac{1}{r_0^2} - k_z^2 + k_\rho^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \tag{21}$$

Второе уравнение (21) выполняется лишь для таких значений показателя степени, для которых справедливо неравенство $a < 1/2$. Отсюда находим уравнение для определения частоты

$$\frac{4\varepsilon^2 k_\rho^2}{k^2(2l+1)^2}\left(k_z u_z + \frac{\omega}{c}\right)^2 - k_z^2 + k_\rho^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \tag{22}$$

Следует заметить, что исходная метрика в пятимерном пространстве определяется метрическим тензором (7), который зависит только от параметров центрального тела, т.е. от заряда и массы протона, поэтому в левой части уравнения (22) следует положить $\varepsilon / k = e^2 / m_p c^2$.

Состояния с аксиальной симметрией в квантовой механике Шредингера

Рассмотрим задачу об аксиально-симметричных состояниях атома водорода в квантовой механике Шредингера /8/. Уравнение, описывающее стационарные состояния электрона с энергией E во внешнем потенциальном поле $U = -\alpha\hbar c / r$ (здесь введена постоянная тонкой структуры $\alpha = 1/137{,}035999679$) в цилиндрической системе координат имеет вид:

$$\Psi_{rr} + \frac{1}{r}\Psi_r + \frac{1}{r^2}\Psi_{\varphi\varphi} + \Psi_{zz} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0 \qquad (23)$$

Будем искать решение уравнения (23) в виде

$$\Psi = \psi(r)\exp(il\varphi + ik_z z) \qquad (24)$$

Подставляя выражение (24) в уравнение (23), получим

$$\psi_{rr} + \frac{1}{r}\psi_r - \frac{l^2}{r^2}\psi - k_z^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E + \frac{\alpha\hbar c}{r}\right)\psi = 0 \qquad (25)$$

Сравнивая уравнения (25) и (18), находим их полную идентичность, поэтому решение уравнения (25) также можно искать в виде (19). При этом получаем систему уравнений для определения параметров, аналогичную (21)

$$a = \pm l, \quad r_0 = \frac{1 - 2a}{2\alpha}\frac{\hbar}{mc}, \quad \frac{1}{r_0^2} - k_z^2 + \frac{2mE}{\hbar^2} = 0 \qquad (26)$$

Уравнение для определения энергии имеет в этом случае вид

$$\frac{4\alpha^2}{(1 + 2l)^2}\frac{m^2c^2}{\hbar^2} - k_z^2 + \frac{2mE}{\hbar^2} = 0 \qquad (27)$$

Считается, что энергетические состояния атома водорода зависят от приведенной массы $m = m_e m_p/(m_p + m_e) \approx m_e$. В дальнейшем анализе будем использовать этот масштаб массы.

Параметры 5-мерного атома

Связанные состояния атома водорода обладают энергией, которая представлена первым слагаемым в уравнениях (22) и (27). Поскольку рассматривается один и тот же атом, приравняем эти слагаемые, предварительно умножив их на постоянный множитель $\hbar^2/2m_i$. В качестве масштаба массы будем использовать в уравнении (27) приведенную массу $m = m_e m_p/(m_p + m_e) \approx m_e$, а в уравнении (22) некоторый масштаб массы m_1, который определим ниже, имеем

$$\frac{\hbar^2\varepsilon^2}{m_1 k^2} k_\rho^{\ 2}(k_z u_z + \omega/c)^2 = \alpha^2 mc^2 \tag{28}$$

Отметим, что аналогичное уравнение было получено в /9/, хотя в настоящей работе дано точное решение исходных уравнений, а в работе /9/ - приближенное решение, основанное на предположении о существовании классических траекторий.

Используя параметры метрики, приведем уравнение (28) к виду

$$(k_z u_z + \omega/c)^2 = \frac{m_p^{\ 2} c^2}{\hbar^2} \frac{m_1 mc^2}{\hbar^2 k_\rho^2} \tag{29}$$

Поскольку волновой вектор k_z является произвольным, а частота должна удовлетворять, как уравнению (22), так и уравнению (29), необходимо предположить, что это достигается за счет выбора параметра k_ρ. Выражая этот параметр из уравнения (29) и подставляя его в уравнение (22), находим с учетом (28)

$$\frac{4\alpha^2 m_1 m}{\hbar^2(2l+1)^2} + \frac{m_p^2 m_1 m}{\hbar^4}\left(k_z u_z + \frac{\omega}{c}\right)^{-2} - k_z^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \tag{30}$$

Первое слагаемое в уравнении (30), описывающее электромагнитное взаимодействие, мало в сравнении с остальными, поэтому им можно пренебречь, в результате уравнение (30) приводится к виду

$$\frac{m_p^2 c^2}{\hbar^2}\frac{m_1 mc^2}{\hbar^2} = \left(k_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\right)\left(k_z u_z + \frac{\omega}{c}\right)^2 \tag{31}$$

Наиболее простой результат получается при отсутствии магнитного взаимодействия, т.е. при $u_z = 0$. В этом случае находим из уравнения (31)

$$\frac{\omega}{c} = \pm\sqrt{\frac{k_z^2}{2} \pm \sqrt{\frac{k_z^4}{4} - \frac{m_p^2 m m_1 c^4}{\hbar^4}}} \tag{32}$$

Откуда следует, что скалярное поле имеет граничные частоты и граничные значения волнового вектора, которые определяется из (32) согласно

$$\omega_e = \omega\Big|_{k_z = k_e} = \pm\frac{c^2\sqrt{m_p\sqrt{mm_1}}}{\hbar}, \quad k_e = \pm\frac{c\sqrt{2m_p\sqrt{mm_1}}}{\hbar} \tag{33}$$

Наконец, предполагая, что нижняя граничная частота соответствует приведенной массе электрона, $\hbar\omega = \pm mc^2$, находим неизвестный масштаб массы

$$m_1 = m^3 / m_p^{\ 2} \approx 2{,}96285 \cdot 10^{-7} m_e \tag{34}$$

Энергия покоя составляет $m_1c^2 = 0{,}151319eV$, что соответствует температуре около 1756К.

Волновой вектор в пятом измерении составляет при этом $k_\rho = \pm mc/\hbar$, знак определяется в соответствии с третьим уравнением (18), в котором выбран знак $\kappa_g > 0$. На рис. 1. представлено распределение плотности в тороидальном атоме, вычисленное по уравнению (19) при l=1.

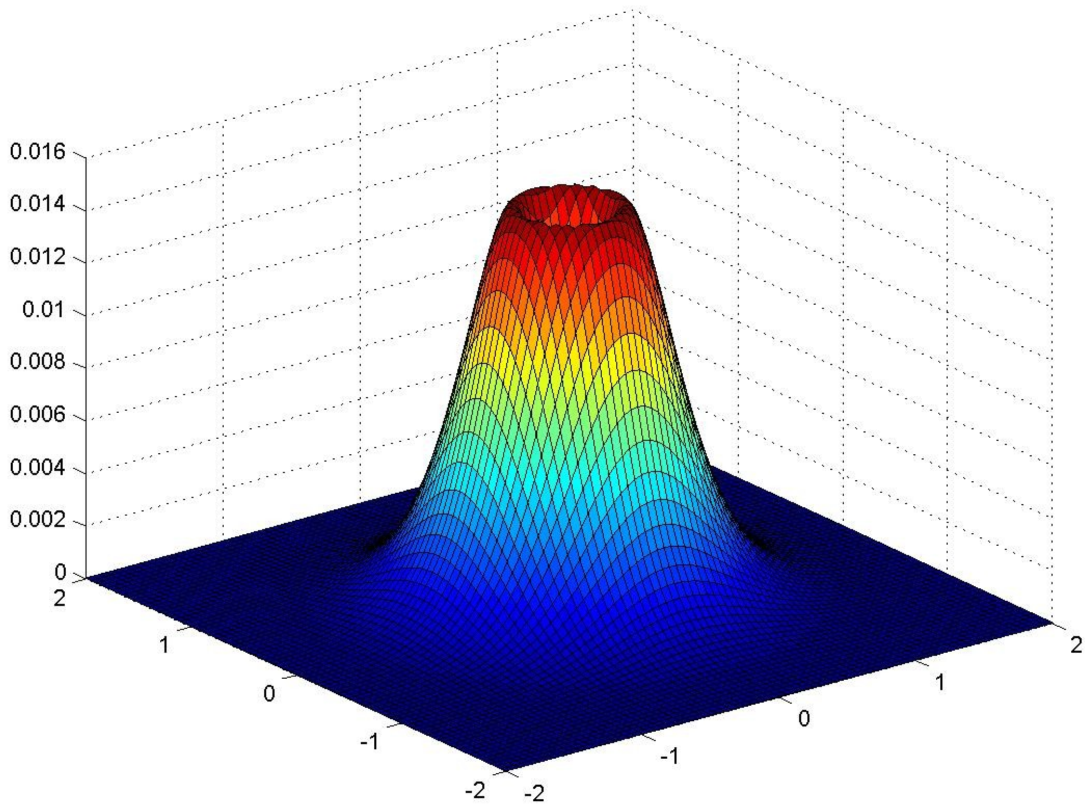
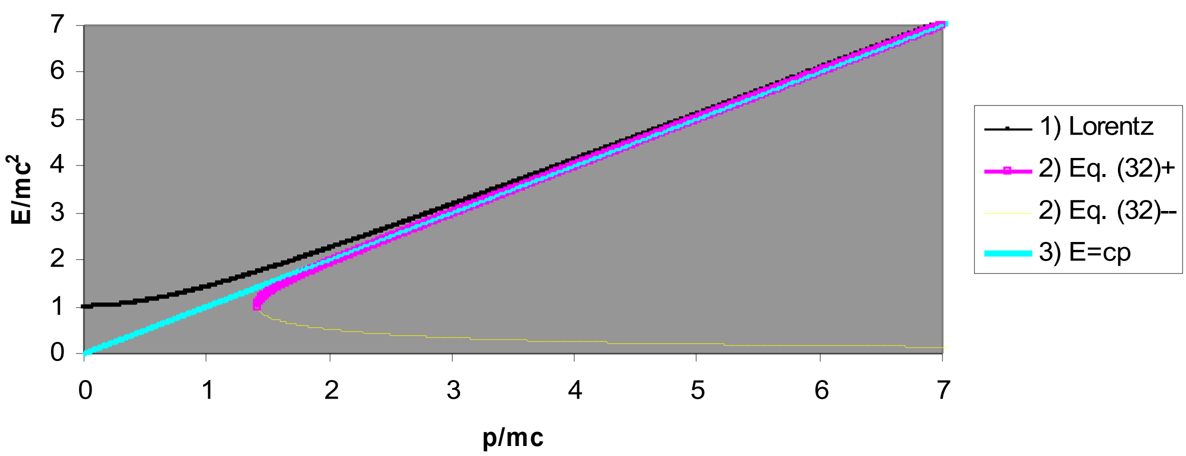


Рис. 1. Распределение плотности ψ^2 в тороидальном атоме, вычисленной по уравнению (19) при $l = 1$

На рис. 2 представлено соотношение между импульсом и энергией в теории Лоренца, в пятимерном атоме, и для электромагнитного излучения. Отметим, что дисперсионное соотношение для пятимерного атома имеет четыре ветви. На рис. 2 изображены только две ветви, которые соответствуют положительным значениям энергии – уравнение (32) с положительным знаком перед радикалом и со знаками + и – под радикалом соответственно. Отметим, что для возбуждения колебаний в пятимерном атоме необходимо приложить конечный импульс $p = \sqrt{2}mc$, который соответствует энергии $E = mc^2$.

Интересно, что дисперсионное соотношение в пятимерном атоме, наряду с восходящей ветвью с асимптотой $E = cp$, имеет нисходящую ветвь, для которой большие значения импульса $p >> \sqrt{2}mc$ соответствуют низкой энергии $E << mc^2$. Если такая ветвь дисперсионного соотношения действительно существует, то это открывает большие возможности в области создания реактивных двигателей нового поколения.

Рис. 2. Соотношение между импульсом и энергией: 1) теория Лоренца; 2) пятимерный атом - уравнение (32); 3) электромагнитное излучение E=cp



Таким образом, установлена аналогия состояний с аксиальной симметрией в атоме водорода и в 5-мерном атоме, состоящем из протона и скалярного безмассового поля. электрона в атоме водорода. На основе этой аналогии определены параметры пятимерного атома и дисперсионные соотношения (30)-(32). Заметим, что дисперсионное соотношение (32) не содержит параметров взаимодействия, поэтому оно применимо не только для атомов, но и для свободных частиц – электронов, находящихся в особом состоянии.

Структура нейтрона

Основные свойства нейтрона, установленные экспериментальным путем /10/, приведены в таблице 1. Среднее время жизни свободного нейтрон составляет около 885,7с. Нейтрон распадется на протон, электрон и антинейтрино по схеме (бета-распад):

$$n^0 \to p^+ + e^- + \bar{\nu}_e \tag{35}$$

Таблица 1. Фундаментальные свойства элементарных частиц, принимающих участие в реакции (35) по данным /10/

Частица	**Нейтрон n^0**	**Протон p^+**	**Электрон e^-**	$\bar{\nu}_e$
Масса, MeV/c2	939.565560(81)	938.272013(23)	0.510998910(13)	< 2.2 eV
Заряд, Кулон	0	$1.602176487(40)\times10^{-19}$	$-1.602176487(40)\times10^{-19}$	0
Магнитный момент в магнетонах (ядерных или Бора)	−1.9130427(5) μN	2.792847351(28) μN	−1.00115965218111 μB	10^{-19} μ_B
Электрический дипольный момент	$<2.9\times10^{-26}$ e.cm	$<5.4\times10^{-24}$ e.cm	?	?

Было установлено, что в ядрах протон может переходить в нейтрон по схеме обратного бета-распада

$$p^+ \to n^0 + e^+ + \nu_e \tag{36}$$

Другой возможный канал – это К-захват

$$p^+ + e^- \to n^0 + \nu_e \tag{37}$$

Первую теорию бета-распада предложил в 1933 Энрико Ферми. В последующем было предложено еще несколько теорий, включая теорию Фейнмана и Гелл-Манна /11/. В настоящее время, согласно существующей стандартной модели, реакция (35) идет с участием промежуточного векторного калибровочного W^- бозона /12/. В этой модели протон и нейтрон являются составными частицами, содержащими по 3 кварка. Однако разбить протоны на составные части так и не удалось, хотя считается, что адронные струи, наблюдаемые в экспериментах по соударению протонов при высокой энергии, представляют собой кварк-глюонную плазму /13/.

Было установлено, что распределение электрического заряда в нейтроне включает внешнюю отрицательно заряженную шубу, положительно заряженный внутренний слой и отрицательно заряженное ядро /14/. Из схемы распада (35) и классических представлений о взаимодействии заряженных частиц, можно было бы предположить, что протон образует вместе с электроном подобие атома водорода, чем и объясняется наблюдаемая электромагнитная структура нейтрона /15/. Однако известно, что состояния, описывающие атом водорода с большой энергией связи, соответствуют гидрино /16/. В этих состояниях масса атома водорода отличается от массы протона на малую величину $\alpha m_e c^2$, что не согласуется с большой массой нейтрона, превосходящей суммарную массу протона и электрона на величину $(m_n - m_p - m_e)/m_e = 1{,}531015$.

Рассмотрим состояния пятимерного атома водорода, которые соответствуют параметрам нейтрона и протона из таблицы 1. В этом случае нет аналогичных решений, которые описывали бы нейтрон на основе релятивистских уравнений Дирака или Клейна-Гордона. Волновой вектор в пятом измерении можно определить из третьего уравнения (22), в результате находим

$$S = \frac{P^2 - E^2}{1 + b(Pu + E)^2}, \quad k_\rho = \pm \frac{m_e c}{\hbar}\sqrt{S}$$
$$b = \frac{4\varepsilon^2}{\hbar^2 k^2}\frac{m_e^2 c^2}{(1-2a)^2}, \quad P = \frac{\hbar k_z}{m_e c}, \quad E = \frac{\hbar\omega}{m_e c^2} \tag{38}$$

Поверхность, которая задается первым уравнением (38), зависит от величины параметра взаимодействия, который, в свою очередь, зависит от типа взаимодействия. В общем случае можно положить $\varepsilon / k = e^2 / m_p c^2$, однако квадрат заряд может принимать три значения /7/, которые соответствуют электромагнитному, сильному и слабому взаимодействию соответственно – таблица 2.

Таблица 2. Параметр *b* для трех типов взаимодействия при *a*=0

Тип взаимодействия	Квадрат заряда	Параметр взаимодействия *b*
Электромагнитное	$e^2 = \alpha \hbar c$	6.3179E-11
Сильное	$e_s^2 = e^2 (m_p / m_e)^{3/2}$	4.97091E-06
Слабое	$e_w^2 = e^2 (m_e / m_p)^{3/2}$	8.0299E-16

Как это следует из данных таблицы 2, влияние параметра взаимодействия на дисперсионное соотношение даже в случае сильного взаимодействия проявляется для энергий порядка 300 электронных масс. Существует, однако, такой особый случай, когда $a \to 1/2$. Тогда, как это следует из выражения (38), параметр взаимодействия может принимать любое значение. В этом особом случае все взаимодействия сравниваются между собой в том смысле, что всегда существует такое значение показателя степени $a \to 1/2$, что при любом типе взаимодействия имеем произведение параметров $Sb \approx 1$.

Поверхность $S = S(P,E)$ изображена на рис. 3 для значений параметров $b = 0.039026; u = u_z = 1$. Каждое сечение поверхности для положительных значений S позволяет определить линии дисперсионных соотношений $E = E(P,S)$.

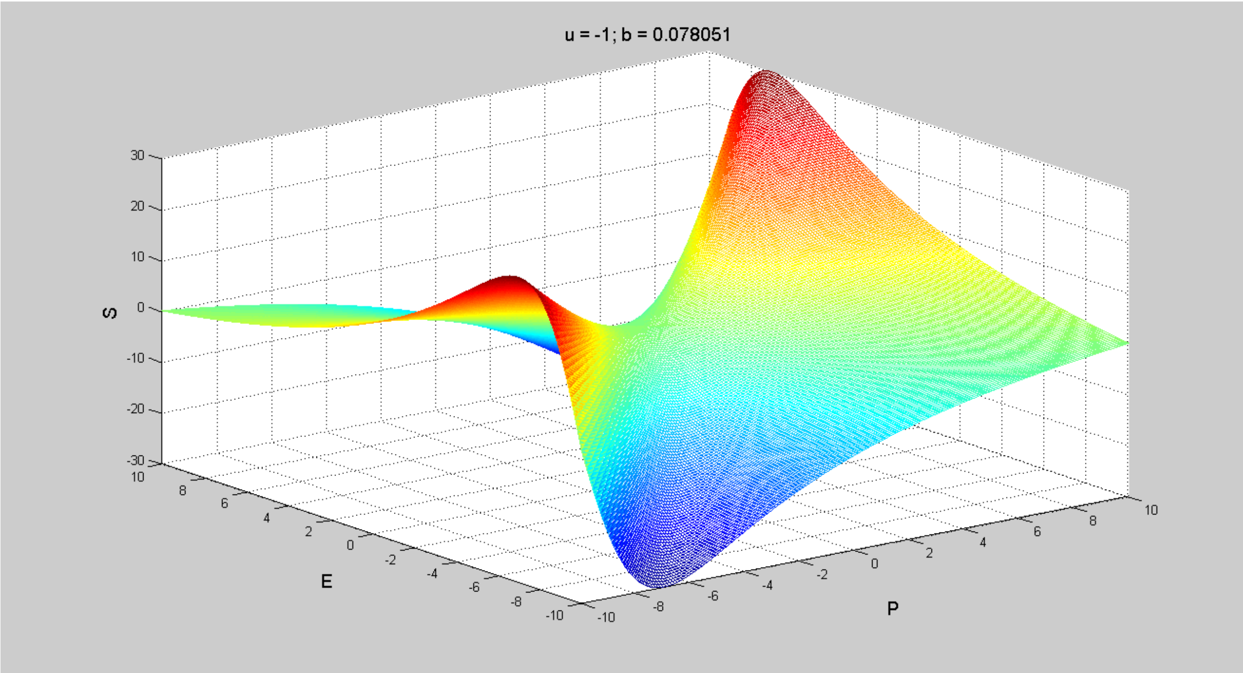


Рис. 3. Поверхность $S = S(P,E)$, характеризующая особые состояния атома водорода для значений параметров $b = 0{,}078051; u = u_z = -1$.

Отметим, что особый случай $a = 1/2$ был рассмотрен для уравнения Шредингера в работе /8/, а для уравнения (18) в работе /9/. Общее свойство этих состояний заключается в том, что электрон приближается к ядру на малое расстояние порядка классического радиуса электрона. Так, например, в модели /15/ имеем

$$r_0 / r_e = 0.4777778, \quad \mathrm{r_e} = e^2 / m_e c^2, \quad L = 1.376791\alpha\hbar \tag{39}$$

При таком сближении может образоваться нейтрон. Рассмотрим дисперсионное соотношение, характеризующее это состояние. Разрешая первое уравнение (38) относительно энергии, находим дисперсионное соотношение – рис. 4, которое позволяет определить минимальную энергию и импульс скалярного поля в особом состоянии, используя условия для восходящей части спектра:

$$E_m = (m_n - m_p)/m_e \approx 2.531015; \lim_{P\to\infty} E/P = 1$$

Эти условия позволяют определить численные значения других параметров. Действительно, положим в первом уравнении (38) $Sb = -u = 1$, с учетом этих равенств перепишем указанное уравнение в виде:

$$S + P^2 - 2PE + E^2 = P^2 - E^2$$

Разрешая это уравнение относительно E, находим

$$E = \frac{P}{2} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4} - \frac{S}{2}}$$

Отсюда, при условии $P^2 >> S$, находим для возрастающей ветви решения $E = P - S/2P + \ldots$. В пределе $P \to \infty$ из последнего выражения следует $E/P = 1$, что и требовалось доказать. Минимальное значение импульса определяется из условия $P_m^2 = 2S$ следовательно $P_m = 2E_m$. Отсюда находим параметры состояния

$$E_m = 2.531015; \mathrm{P_m} = 5.06203; S = 12.81208; \mathrm{b} = 0.078051 \quad (40)$$

Отметим, что дисперсионные кривые на рис. 2 и 4, описывающие особые состояния атома водорода, похожи между собой, так как обе содержат восходящую и нисходящую ветвь, а также предельную границу спектра. Для возбуждения этих состояний необходимо сообщить минимальный импульс, т.е. их возникновение более вероятно при соударении твердых тел, нежели при нагревании. Отличие же их заключается в том, что в состояниях, описываемых уравнениями (28-32), волновой вектор в пятом измерении определяется в процессе решения задачи, тогда как параметры состояний, связанных дисперсионным соотношением, представленным на рис. 4, определяются из уравнения (48), в котором волновой вектор в пятом измерении задан постоянным. Размер атома водорода в этом состоянии определяется комптоновской длиной волны электрона:

$$r_0/\lambda_e = 1/E \approx 0{,}395098, \quad \lambda_e = \hbar/m_e c \quad (41)$$

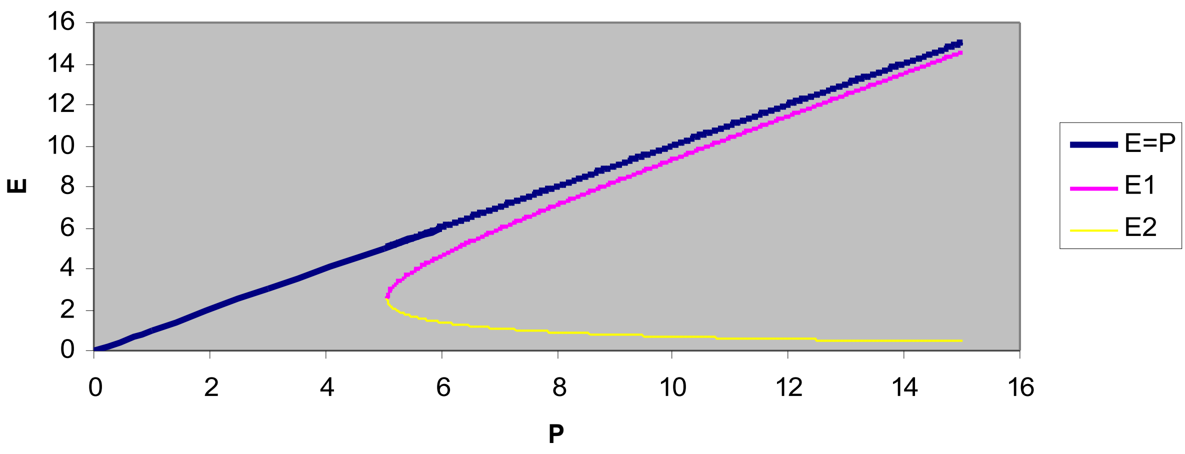
Как известно, состояния атома водорода, имеющие характерный размер (41), ассоциируются с гидрино /8-9,16-18/. Впервые эти состояния были получены в работе Зоммерфельда в 1923 году как решение уравнения Клейна-Гордона для релятивистского атома водорода. Отметим, что решение Зоммерфельда может быть получено на основе уравнения (17) при условии $\lambda = 1 + g_1^2; \mathbf{g} = 0$, т.е. в отсутствии магнитного взаимодействия. В настоящее время имеется не только теория, но и множество экспериментов, подтверждающих гипотезу о существовании особых состояний атома водорода - гидрино /18/. Полученное выше решение является обобщением известных результатов /16-17/ на случай наличия магнитного взаимодействия, обусловленного метрикой типа Керра /4/.

Можно заметить, что дисперсионное соотношение, получающееся путем сечения поверхности $S = S(P,E)$, представленной на рис. 3, инвариантно относительно выбора масштаба. Поэтому, выбирая в качестве масштаба классический радиус электрона, получим

$$r_0 / r_e = 1/E \approx 0{,}395098, \quad r_e = e^2 / m_e c^2 \tag{42}$$

Это результат согласуется с данными (39), но окончательный выбор масштаба в модели нейтрона связан с определением магнитного момента /15/, что выходит за рамки настоящей работы.

Рис. 4. Соотношение между импульсом и энергией в пятимерном атоме водорода в особых состояниях: u = -1; b = 0.078051



Таким образом, мы показали, что существуют особые состояния атома водорода, которые описывают частицы с массой и размером нейтрона. Эти состояния возникают при взаимодействии протонов со скалярным полем. Получающееся в результате взаимодействия распределение плотности скалярного поля соответствует потенциалу Юкавы

$$\psi^2 = \psi_0^2 \frac{\exp(-2r/r_0)}{r^{1-\delta}}, \delta = 1 - 2a << 1$$

Дальнейшее исследование этой задачи может быть связано с учетом влияния скалярного поля на стандартную метрику в теории Калуцы-Клейна /5/.

Библиографический список

1. Einstein A., Pauli W.— Ann of Phys., 1943, v. 44, p. 131. (см. Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т. 2. – М., Наука, 1966, статья 123).
2. Kaluza, Theodor. Zum Unitätsproblem in der Physik. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. *Berlin. (Math. Phys.)* **1921**: 966–972.
3. K . Lake. Reissner-Nordstrom-de Sitter metric, the third law, and cosmic censor-ship// Phys. Rev. D 19, 421 (1979) .
4. Alexander Burinskii. Kerr Geometry as Space-Time Structure of the Dirac Electron//arXiv:0712.0577v1 [hep-th], 4 Dec 2007
5. V. Dzhunushaliev. Wormhole solutions in 5D Kaluza-Klein theory as string-like objects// arXiv:gr-qc/0405017v1
6. Jorma Louko, Robert B. Mann, Donald Marolf. Geons with spin and charge // http://arxiv.org/abs/gr-qc/0412012v2
7. Трунев А.П. Фундаментальные взаимодействия в теории Калуцы-Клейна// Научный журнал КубГАУ. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №07(71). С. 502 – 527. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2011/07/pdf/39.pdf
8. A. P. Trunev. Electron structure, hydrino and cold fusion//Chaos and Correlation, № 11, Nov. 25, 2011, http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR11_2011.pdf
9. Alexander Trunev. Electron structure in Kaluza-Klein theory //Chaos and Correlation, №12, Dec. 7, 2011 http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR12_2011.pdf
10. Mohr P.J., Taylor B.N., Newell D.B. CODATA recommended values of the fundamental physical constants// Reviews of Modern Physics 80: 633–730. 2006.
11. Richard P. Feynman. The Theory of Fundamental Processes. Addison Wesley. ISBN 0-8053-2507-7. (1961).
12. J. Christman. The Weak Interaction. Physnet. Michigan State University, 2001. http://physnet2.pa.msu.edu/home/modules/pdf_modules/m281.pdf
13. Hunting the Quark Gluon Plasma. RESULTS FROM THE FIRST 3 YEARS AT RHIC. ASSESSMENTS BY THE EXPERIMENTAL COLLABORATIONS. Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC). BNL -73847-2005, April 18, 2005.
14. John Arrington, Kees de Jager and Charles F. Perdrisat. Nucleon Form Factors-A Jefferson Lab Perspective// http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/1102/1102.2463v1.pdf
15. Alexander Trunev. Neutron decay in the classic and quantum mechanics//Chaos and Correlation, April 30, 2011, http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR_4_2011.pdf
16. Naudts, Jan (5 August 2005). On the hydrino state of the relativistic hydrogen atom. arXiv:physics/0507193.
17. Dombey, Norman (8 August 2006). "The hydrino and other unlikely states". Physics Letters A 360: 62. arXiv:physics/0608095
18. Mills, Randell L. (June 2008). "The Grand Unified Theory of Classical Physics" (DjVu). Blacklight Power. http://www.blacklightpower.com/theory/bookdownload.shtml. Retrieved 2009-08-15. (Self-published)