**Chaos and Correlation**
International Journal, January 16, 2012

# Динамика кварков в метрике адронов и структура барионов

**Alexander P. Trunev (Toronto, Canada)**

В работе рассмотрена система уравнений Дирака, описывающая динамику кварков в метрике адронов. Предполагается, что взаимодействие кварков осуществляется через поле Янга-Миллса и электромагнитное поле. Сформулирована замкнутая модель барионов в случае стационарной метрики. Вычислены магнитные моменты протона, нейтрона и лямбда бариона.

Ключевые слова: адроны, кварки, магнитный момент, метрика, лямбда барион, нейтрон, протон, уравнение Дирака, теория Янга-Миллса.

# Dynamics of quarks in the hadrons metrics with application to the baryon structure

**Alexander P. Trunev**

In this paper we consider a system of Dirac equations describing the dynamics of quarks in hadrons metric. We assume that the quarks interact via an external Yang-Mills field. Under these assumptions, we formulated a closed model of the baryons in a stationary metric. Magnetic moments of the proton, neutron and lambda baryon have been calculated.

Keywords: hadrons, quarks, magnetic moment, metric, lambda baryon, neutron, proton, Dirac equation, Yang-Mills equations.

## Введение

В известных моделях решеточной квантовой хромодинамики (LQCD) используется, главным образом, плоская метрика [1-6]. В работе [7] сформулирована модель метрики адронов, удовлетворяющая основным требованиям физики элементарных частиц и космологии. В настоящей работе рассмотрена динамика кварков в метрике [7]. Полученные результаты по магнитным моментам барионов позволяют объяснить некоторые парадоксы теории кварков.

### Основные уравнения модели метрики адронов

В работе [8] были получены все решения уравнений Янга-Миллса в случае центрально-симметричной метрики. Частным случаем центрально-симметричной метрики является

$$\Psi = \eta_{ij}\omega^i\omega^j = -dt^2 + e^{2\nu}dr^2 + d\theta^2 + \sigma^2(\theta)d\varphi^2$$
$$\frac{d^2\sigma}{d\theta^2} = -\kappa\sigma \qquad (1)$$
$$\omega^1 = dt, \omega^2 = e^\nu dr, \omega^3 = d\theta, \omega^4 = \sigma d\varphi$$

Здесь $\eta_{ij} = \eta^{ij}$ - метрический тензор пространства Минковского сигнатуры (- + + +), $\kappa = const$ - гауссова кривизна квадратичной формы $d\theta^2 + \sigma^2(\theta)d\varphi^2$, Функция $\nu = \nu(r,t)$ определяется путем решения уравнений Янга-Миллса. Всюду, где не оговорено, используется система единиц, в которой $\hbar = c = 1$ .

Среди всех решений уравнений Янга-Миллса, полученных в работе [8] в случае метрики (1), есть такое, которое выражается через эллиптическую функцию Вейерштрасса. В этом случае уравнения модели приводятся к виду:

$$A_{\tau\tau} = \frac{1}{2}(A^2 - \kappa^2), e^\nu = A_\tau, \quad \tau = t \pm r + \tau_0$$
$$A = \sqrt[3]{12}\wp(\tau/\sqrt[3]{12}; g_2, g_3), \qquad (2)$$
$$b_{11} = -b_{22} = \frac{1}{3}A - \frac{\kappa}{6}, b_{33} = b_{44} = \frac{1}{6}A - \frac{\kappa}{3}, b_{12} = b_{21} = 0.$$

Здесь обозначено: $g_2, g_3$ - инварианты функции Вейерштрасса, причем $g_2 = \kappa^2\sqrt[3]{12}$; $\tau_0$ – свободный параметр, связанный с выбором начал координат; $b_{ij} + b_{ji} - 2(\eta^{ij}b_{ij})\eta_{ij} = T_{ij}$ - тензор энергии-импульса материи. Отметим, что в этих обозначениях уравнения Эйнштейна имеют вид

$$b_{ij} + b_{ji} + b\eta_{ij} = R_{ij} \qquad (3)$$

$b = \eta^{ij}b_{ij}$; $R_{ij}$ - тензор Риччи.

Положим $g_2 = \sqrt[3]{12}, g_3 = 1$, тогда полупериоды функции Вейерштрасса определяются в виде $\omega_1 = 1.33003, \omega_2 = 0.66501 + 1.61260i$. Вычисление полупериодов и построение соответствующих 3D изображений функции

Вейерштрасса и модуля ее первой производной осуществлялось с использованием системы Wolfram Mathematica 9.0 [9].

В метрике (2) можно определить дефект решетки типа пузыря. В области пузыря считаем, что $A^2 = \kappa^2$, а во внешней области решение зададим в виде (2), имеем

$$\begin{aligned} &A^2 = \kappa^2, e^{\nu} = 0, \quad |\tau| < \tau_0 \\ &A = \sqrt[3]{12}\wp(\tau/\sqrt[3]{12}, g_1, g_2), e^{\nu} = A_\tau, |\tau| > \tau_0 \end{aligned} \tag{4}$$

На границах пузыря непрерывна функция $A$ и ее первая производная,

$$\kappa = \sqrt[3]{12}\wp(\tau_0/\sqrt[3]{12}, g_1, g_2), A_\tau = 0, |\tau| = \tau_0 \tag{5}$$

В частном случае решетки с инвариантами заданными в виде $g_2 = \sqrt[3]{12}, g_3 = 1$, находим первый ноль и соответствующее значение параметра метрики $\tau_0 = 3.0449983, \kappa = 2.1038034$. Отметим, что метрика во внутренней области пузыря является трехмерной, поскольку не содержит радиальной координаты. Действительно, используя уравнения (1) и (4), находим

$$\Psi = -dt^2 + d\theta^2 + \cos^2(\sqrt{\kappa}\theta + \theta_0)d\varphi^2 \tag{6}$$

Аналогично строится решение для других корней второго уравнения (5). Все эти решения отличаются только размером пузыря, тогда как значение параметра $\kappa$ не меняется.

Всякий пузырь можно вывернуть наизнанку, просто изменив на противоположные неравенства (4). В этом случае можно до определить метрику во внешней области пузыря, используя решение первого уравнения (2), так, чтобы метрика внешнего пространства совпала с метрикой нашей Вселенной [7]. Наконец, третий тип частиц можно составить как комбинацию двух первых, в результате возникает пузырь, ограниченный оболочкой конечной толщины – рис. 1.

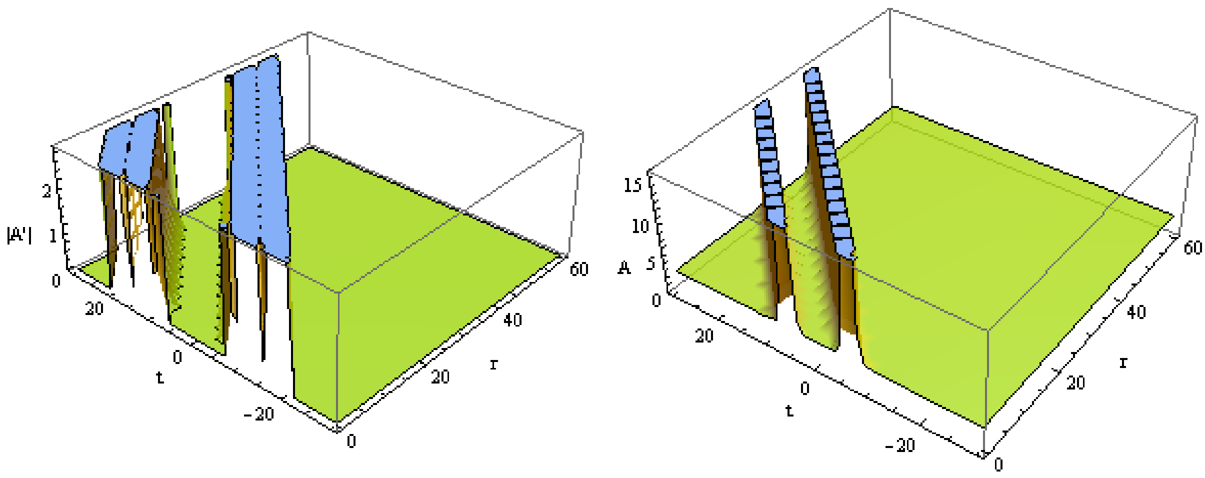


Рис. 1. Пузырь, ограниченный стенками: $g_2 = \sqrt[3]{12}$, $g_3 = 1$.

Заметим, что частица такого типа, который представлен на рис. 1, может расширяться с любой скоростью, так как эта скорость зависит только от скорости внешней границы, которую можно выбрать любой, в том числе равной скорости расширения окружающего пространства. Отсюда находим, что могут существовать частицы сферической формы, которые расширяются синхронно с пространством нашей Вселенной. Поэтому внешнему наблюдателю они представляются статическими образованиями, обладающими сферической симметрией, типа протонов.

**Динамика кварков**

Преобразуем метрику (6) к стандартному виду. Для этого умножим обе части выражения (6) на постоянное число $-\kappa$ и введем новые переменные, отличающиеся от старых переменных на постоянный множитель $\sqrt{\kappa}$, в результате находим

$$\Psi \to \Psi_1 = dt^2 - d\theta^2 - \sin^2\theta d\varphi^2 \tag{7}$$

Для описания динамики кварков во внутренней области пузыря с метрикой вида (7) рассмотрим систему уравнений Дирака во внешнем поле Янга-Миллса [10-11]. Относительно поля Янга-Миллса будем предполагать, что это поле во внутренней области пузыря сводится к некоторой совокупности констант. В настоящей модели использованы только две константы, а само поле описывается одним векторным потенциалом

$$A^{\mu}_{YM} = (\Phi_0, 0, 0, A_0)$$

Отметим, что согласно (2) в метрике (7) тензор энергии импульса является постоянным. Кроме того, будем учитывать электромагнитное поле, которое генерируют кварки. Используя результаты работы [12], преобразуем уравнение Дирака к криволинейным координатам (7). Имеем систему уравнений

$$i\gamma^{\mu}(\nabla_{\mu} + iq_{ab}A^{b}_{\mu})\psi_{a} = m_{ab}\psi_{a} \tag{8}$$

Здесь обозначено $\gamma^{\mu}, q_{ab}, A^{b}_{\mu}, \psi_{a}, m_{ab}$ - матрицы Дирака, параметры взаимодействия, векторный потенциал, волновая функция и масса поля кварка $a$ входящего в состав частицы $b$ соответственно. Матрицы Дирака в метрике (7) имеют вид

$$\gamma^{0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^{\varphi} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -ie^{-i\varphi} \\ 0 & 0 & ie^{i\varphi} & 0 \\ 0 & ie^{-i\varphi} & 0 & 0 \\ -ie^{i\varphi} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma^{\theta} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin\theta & e^{-i\varphi}\cos\theta \\ 0 & 0 & e^{i\varphi}\cos\theta & \sin\theta \\ \sin\theta & -e^{-i\varphi}\cos\theta & 0 & 0 \\ -e^{i\varphi}\cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

В этих обозначениях оператор Дирака в метрике (7) можно представить в форме

$$\gamma^{\mu}\nabla_{\mu} = \gamma^{0}\partial_{t} + \gamma^{\theta}\partial_{\theta} + \frac{\gamma^{\varphi}}{\sin\theta}\partial_{\varphi}$$

Поскольку кварки обладают электрическим зарядом, они генерируют электромагнитное поле, посредством которого взаимодействуют друг с другом. Для описания этого взаимодействия используем уравнения квантовой электродинамики в форме

$$\alpha q_{ab}\overline{\psi}_a\gamma^{\mu}\psi_a = (\partial_t^2 - \nabla^2)A_e^{\mu} \tag{9}$$

Здесь $\alpha = e^2/\hbar c$ - постоянная тонкой структуры, $\overline{\psi}_a = \psi_a^+\gamma^0, \psi_a^+$ - сопряженный (по Эрмиту) вектор. Таким образом, предполагаем, что токи и заряды кварков суммируются, создавая коллективное поле, с которым кварки взаимодействуют в соответствии с уравнениями (8).

Система уравнений (8)-(9) использовалась для моделирования динамики кварков в случае барионов, имеющих состав (uud), (udd), (sdu) – протон, нейтрон и $\Lambda$ барион соответственно. В простейшем случае, в котором учитывается только одно электромагнитное поле, модель содержит 3x4+3=15 нелинейных уравнений в частных производных. Для понижения порядка системы представим решение уравнений (8)-(9) в форме

$$\psi_a = e^{-i\omega t + iL\varphi}\begin{pmatrix} f_1(\theta) \\ f_2(\theta)e^{i\varphi} \\ if_3(\theta) \\ if_4(\theta)e^{i\varphi} \end{pmatrix}_a, \quad \begin{array}{l} A_e^{\mu} = (\Phi_e(\theta), 0, 0, A_e(\theta)) \\ A_b^{\mu} = A_{YM}^{\mu} + A_e^{\mu} \end{array} \tag{10}$$

Здесь $L, \omega$ - проекция углового момента на выделенную ось и энергия системы соответственно. Система уравнений Дирака для случая представления решения в форме (10), приводится к виду,

$$\begin{aligned}
f_1' &= (L + q_{ab}A_b\sin\theta)(f_1\cot\theta + f_2) + f_2 + \\
&(m_{ab} + \omega - q_{ab}\Phi_b)(f_3\sin\theta - f_4\cos\theta) \\
f_2' &= (L + q_{ab}A_b\sin\theta)(f_1 - f_2\cot\theta) - f_2\cot\theta - \\
&(m_{ab} + \omega - q_{ab}\Phi_b)(f_3\cos\theta + f_4\sin\theta) \\
f_3' &= (m_{ab} - \omega + q_{ab}\Phi_b)(f_1\sin\theta - f_2\cos\theta) + \\
&(L + q_{ab}A_b\sin\theta)(f_3\cot\theta + f_4) + f_4 \\
f_4' &= -(m_{ab} - \omega + q_{ab}\Phi_b)(f_1\cos\theta + f_2\sin\theta) + \\
&(L + q_{ab}A_b\sin\theta)(f_3 - f_4\cot\theta) - f_4\cot\theta
\end{aligned} \tag{11}$$

Здесь предполагается, что $A_b = A_e + A_{YM}, \Phi_b = \Phi_e + \Phi_{YM}$. Таким образом, дробный электрический заряд кварка (но не его величина, выражаемая в зарядах электрона!), является мерой взаимодействия кварков со статическим полем Янга-Миллса. Эта гипотеза не является существенной, так как введение отдельного заряда для описания взаимодействия кварков с полем Янга-Миллса сводится лишь к перенормировке самих полей.

Отметим, что масса и заряд являются индивидуальными для каждого кварка, а момент и энергия всей системы выбираются из условия образования стоячих волн вдоль меридиональной координаты. Само наличие такого типа решений не является очевидным, так как, например, аналогичная задача трех тел в классической механике с парным взаимодействием между частицами имеет весьма сложные решения (т.н. детерминированный хаос). Вычисляя ток в левой части уравнения (9) и оператор набла в правой части, находим

$$\alpha q_{ab}\bar{\psi}_a\gamma^0\psi_a = \alpha q_{ab}\left(\sum_{i=1}^4 f_i^2\right)_a = -\Phi''_e - \Phi'_e\cot\theta\,, \tag{12}$$

$$\alpha q_{ab}\bar{\psi}_a\gamma^\varphi\psi_a = 2\alpha q_{ab}\left(f_1 f_4 - f_2 f_3\right)_a = -A''_e - A'_e\cot\theta + \frac{A_e}{\sin^2\theta}\,,$$

$$\bar{\psi}_a\gamma^\theta\psi_a = 0\,.$$

Здесь по индексу $a$ осуществляется суммирование по всех кваркам, входящим в систему. Отметим, что вещественная плотность заряда и азимутальная составляющая тока порождают электрическое и магнитное поле, тогда как меридиональная составляющая тока обращается в ноль на решениях (10). Таким образом, в случае указанных барионов задача сводится к решению системы из 14 обыкновенных дифференциальных уравнений. Граничные условия для системы (11)-(12) сформулируем в следующем виде:

$$\begin{gathered} f_1(0) = f_{1a},\, f_2(0) = f_3(0) = f_4(0) = 0 \,|\, a = u,d,s; \\ \Phi'_e(0) = 0, \Phi_e(0) = 0,\, A'_b(0) = 0,\, A_e(0) = 0. \end{gathered} \tag{13}$$

Отметим, что граничные условия (13) позволяют выделить регулярное решение и устранить логарифмическую особенность на полюсах.

Как известно, электромагнитные свойства элементарных частиц характеризуются электрическим зарядом и магнитным моментом. Поэтому параметры поля Янга-Миллса, фигурирующие в уравнениях (11), должны быть связаны с величиной заряда и магнитного момента системы кварков, которые для данной системы определяются следующим образом

$$Q_b = \int dV q_{ab} \overline{\psi}_a \gamma^0 \psi_a = 4\pi \int_0^{\pi/2} d\theta \, \sin\theta \, q_{ab} \left( \sum_{i=1}^{4} f_i^2 \right)_a \tag{14}$$

$$\mu_b = \frac{1}{2} \int dV [\mathbf{r} \times \mathbf{j}]_z = 2\pi \mu_q \int_0^{\pi/2} d\theta \, \sin^2\theta \, q_{ab} \overline{\psi}_a \gamma^\varphi \psi_a =$$

$$4\pi \mu_q \int_0^{\pi/2} d\theta \, \sin^2\theta \sum_a q_{ab} \left( f_1 f_4 - f_2 f_3 \right)_a$$

В качестве единицы измерения массы возьмем 1 МэВ, тогда параметры поля Янга-Миллса, векторный потенциал и энергия системы будут выражаться в единицах МэВ. Единицей магнитного момента в этом случае является $\mu = e\hbar / MeV = 2\mathrm{m}_e \mu_B \approx 1.0219978 \mu_B$ , где $\mu_B$ - магнетон Бора. Сомножителем здесь выступает удвоенная масса электрона, выраженная в принятых единицах массы. Следовательно, единицей магнитного момента в такой системе является магнетон Бора, а не ядерный магнетон, как предполагалось в первых работах по теории магнитных моментов барионов, состоящих из кварков [10, 13-14].

Отметим, что предсказание аномальных магнитных моментов барионов было большим успехом теории SU(6), что служило косвенным подтверждением гипотезы существования кварков, как составных частей адронов [10]. Для вычисления магнитных моментов использовалась нерелятивистская теория и гипотеза о большой массе свободных кварков. $m_q \approx 4GeV$ . В дальнейшем, однако, оказалось, что масса кварков, входящих в состав нуклонов, порядка нескольких МэВ, что поставило в тупик всю первоначальную теорию. В настоящее время, расчеты магнитных моментов барионов осуществляются на основе весьма сложных численных моделей LQCD [4-6].

Определим распределенные величины плотности тока и магнитного момента

$$j(\theta) = \sum_a 2\alpha\, q_{ab}\left(f_1 f_4 - f_2 f_3\right)_a \tag{15}$$

$$\mu(\theta) = 4\pi\mu_q \int_0^\theta d\theta\, \sin^2\theta \sum_a q_{ab}\left(f_1 f_4 - f_2 f_3\right)_a$$

Волновые функции кварков можно нормировать стандартным способом, который заключается в нормировке волновой функции каждого кварка на единицу:

$$1 = \int dV \overline{\psi}_a \gamma^0 \psi_a = 4\pi \int_0^{\pi/2} d\theta\, \sin\theta \left(\sum_{i=1}^{4} f_i^2\right)_{a=u,d,s} \tag{16}$$

При таком способе нормировки кварки считаются реальными частицами, которые присутствуют в составе другой частицы в заданной пропорции. Поскольку свободные кварки не наблюдаются, то вопрос о справедливости нормировки (16) остается открытым.

Можно предположить, что полная модель барионов должна содержать, наряду со спином, электрическим зарядом и магнитным моментом, массу и время жизни частиц, а также описание возбужденных состояний, которые в данной модели соответствуют спектру энергии системы кварков. Рассмотрим эти вопросы более подробно.

**Магнитные моменты барионов**

В модели (7)-(14) вычисление магнитных моментов сводится, как уже показано выше, к определению двух параметров, характеризующих поле Янга-Миллса во внутренней области пузыря, при заданной общей энергии системы. Решение этой задачи осуществлялось на основе численной модели, реализованной в системе Wolfram Mathematica 9.0 [9]. Было установлено, что масштаб изменения параметров поля Янга-Миллса не превышает 1 МэВ.

Следовательно, один из параметров модели, например, $\Phi_{YM}$, можно исключить из рассмотрения, так как этот параметр входит в линейной комбинации с массами кварков, которые определены приблизительно с такой точностью. С другой стороны, энергию отдельного кварка можно задать равной, например, массе нейтрального пи-мезона, т.е. положить

$$\omega = m_{\pi} \approx 134.9766 MeV . \tag{17}$$

В таком случае существует однозначная связь между величиной потенциала поля Янга-Миллса во внутренней области пузыря и магнитным моментом частицы.

Общие свойства исследуемых барионов и кварков представлены в таблицах 1-2.

Таблица 1. Свойства барионов

| Symbol | Spin | Charge | Mass | BaryonNumber | GFactor | Hypercharge | Isospin | QuarkContent |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 938.27203 | 1 | 5.585694713 | 1 | $\frac{1}{2}$ | {{DownQuark, UpQuark, UpQuark}} |
| $\bar{p}$ | $\frac{1}{2}$ | −1 | 938.27203 | −1 | 5.585694713 | −1 | $\frac{1}{2}$ | {{DownQuarkBar, UpQuarkBar, UpQuarkBar}} |
| $n$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 939.56536 | 1 | −3.82608545 | 1 | $\frac{1}{2}$ | {{DownQuark, DownQuark, UpQuark}} |
| $\bar{n}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 939.56536 | −1 | −3.82608545 | −1 | $\frac{1}{2}$ | {{DownQuarkBar, DownQuarkBar, UpQuarkBar}} |
| $\Lambda$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 1115.683 | 1 | −1.226 | 0 | 0 | {{StrangeQuark, DownQuark, UpQuark}} |
| $\bar{\Lambda}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 1115.683 | −1 | −1.226 | 0 | 0 | {{StrangeQuarkBar, DownQuarkBar, UpQuarkBar}} |

На рис. 2 представлены результаты моделирования структуры протона – тока, распределенных параметров магнитного момента и волновых функций $f_{ia}(\theta)$. Для параметров кварков, указанных в таблице 2, получены следующие значения

$$\begin{gathered} \omega = 134.9766 MeV,\ A_{YM} = -0.617 MeV,\ \Phi_{YM} = 0, \\ L_d = -\frac{1}{2},\ f_{1d}(0) = 22.9395,\ L_u = \frac{1}{2},\ f_{1u}(0) = 0.3077 \end{gathered} \tag{18}$$

Таким образом, в случае протона потенциал поля Янга-Миллса в пузыре действительно является относительно малым. Общая энергия системы кварков в этом состоянии составляет $3\omega = 3m_{\pi} \approx 404.93 MeV$, суммарный момент системы равен спину протона, а магнитный момент равен магнитному моменту протона с экспериментальной точностью. При условиях (18) также выполняются условия нормировки (16), поэтому суммарный заряд системы кварков равен заряду протона.

Таблица 2. Свойства кварков

| Symbol | Spin | Charge | Mass | BaryonNumber | Bottomness | Charm | Hypercharge | Isospin | Strangeness | Topness |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| u | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | 2.2 | $\frac{1}{3}$ | 0 | 0 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 0 |
| $\bar{u}$ | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{2}{3}$ | 2.2 | $-\frac{1}{3}$ | 0 | 0 | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 0 |
| d | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{3}$ | 5.0 | $\frac{1}{3}$ | 0 | 0 | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 0 |
| $\bar{d}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | 5.0 | $-\frac{1}{3}$ | 0 | 0 | $-\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | 0 |
| s | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{3}$ | 95. | $\frac{1}{3}$ | 0 | 0 | $-\frac{2}{3}$ | 0 | $-1$ | 0 |
| $\bar{s}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | 95. | $-\frac{1}{3}$ | 0 | 0 | $\frac{2}{3}$ | 0 | 1 | 0 |
| c | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | 1250. | $\frac{1}{3}$ | 0 | 1 | $\frac{4}{3}$ | 0 | 0 | 0 |
| $\bar{c}$ | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{2}{3}$ | 1250. | $-\frac{1}{3}$ | 0 | $-1$ | $-\frac{4}{3}$ | 0 | 0 | 0 |
| b | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{3}$ | 4200. | $\frac{1}{3}$ | $-1$ | 0 | $\frac{1}{3}$ | 0 | 0 | 0 |
| $\bar{b}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{3}$ | 4200. | $-\frac{1}{3}$ | 1 | 0 | $-\frac{1}{3}$ | 0 | 0 | 0 |
| t | $\frac{1}{2}$ | $\frac{2}{3}$ | 174 200. | $\frac{1}{3}$ | 0 | 0 | $\frac{1}{3}$ | 0 | 0 | 1 |
| $\bar{t}$ | $\frac{1}{2}$ | $-\frac{2}{3}$ | 174 200. | $-\frac{1}{3}$ | 0 | 0 | $-\frac{1}{3}$ | 0 | 0 | $-1$ |

Отметим, что в настоящей модели магнитный момент вычисляется по стандартным формулам электродинамики (14), а не как квантовая величина. Поэтому магнитный момент протона определяется не магнетоном кварков, как предполагалось в моделях [10, 13-14], а током, который в сумме дает наблюдаемую величину аномального магнитного момента.

На рис. 3. представлены результаты моделирования структуры нейтрона, которые можно сравнить с аналогичными данными для протона - рис. 2. Отметим, что данные для распределенного магнитного момента нейтрона и протона нормированы на их экспериментальные значения, указанные в таблице 1. Для нейтрона получены следующие значения параметров модели

$$\omega = 134.9766 MeV,\ A_{YM} = -.0666 MeV,\ \Phi_{YM} = 0,$$
$$L_d = \frac{1}{2},\ f_{1d}(0) = 0.3092,\ L_u = -\frac{1}{2},\ f_{1u}(0) = 22.6882. \qquad (19)$$

Отметим, что потенциал поля Янга-Миллса в случае нейтрона является отрицательным, а по величине на порядок меньше, чем аналогичный потенциал в случае протона. Общая энергия системы кварков в нейтроне при указанных значениях параметров составляет $3\omega = 3m_\pi \approx 404.93 MeV$. При выполнении условий (17) магнитные момент системы кварков равен магнитному моменту нейтрона с экспериментальной точностью. Выполняются также условия нормировки (16), поэтому заряд системы равен нулю, а спин системы равен ½.

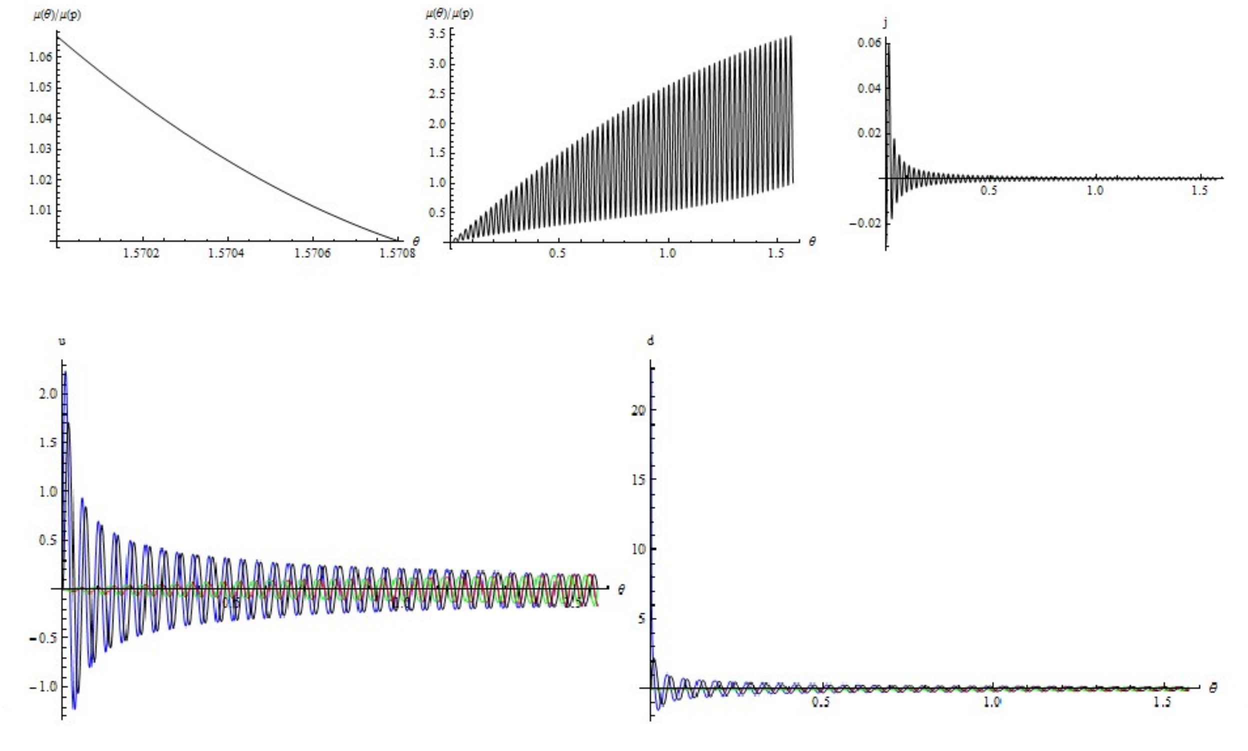


Рис. 2. Магнитный момент системы кварков (uud) нормированный на магнитный момент протона, электромагнитный ток в системе и волновые функции кварков.

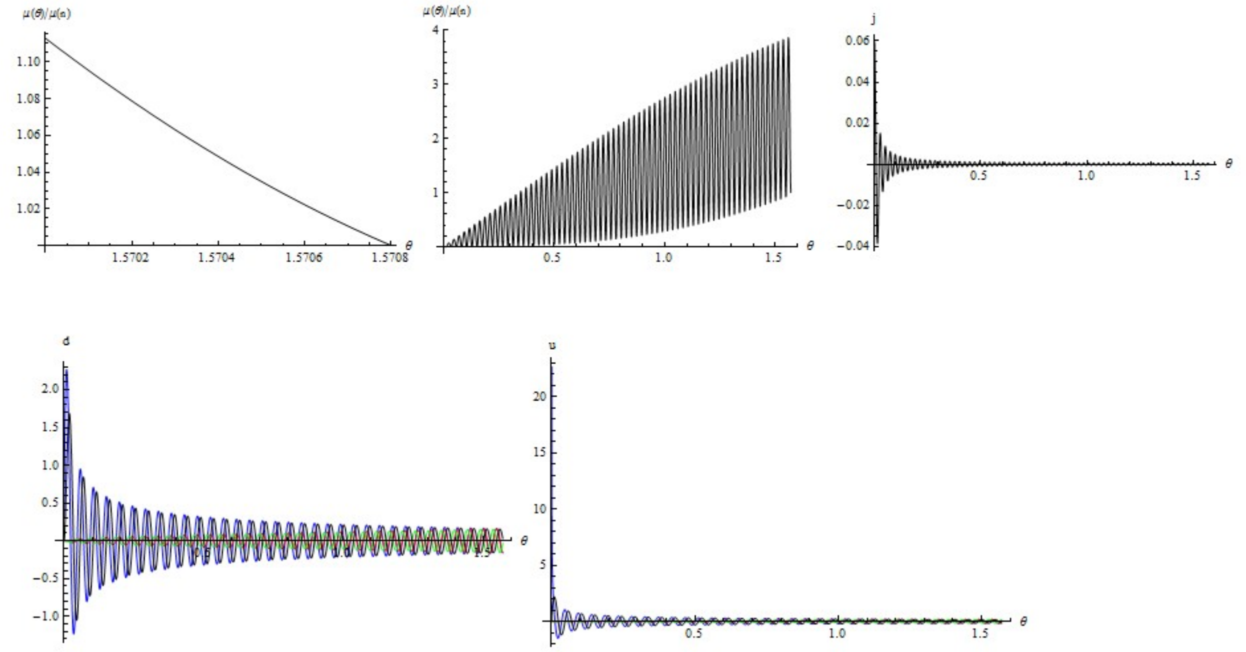

Рис. 3. Магнитный момент системы кварков (udd) нормированный на магнитный момент нейтрона, электромагнитный ток в системе и волновые функции кварков.

На рис. 4 представлены данные по моделированию структуры $\Lambda$ бариона. В этом случае получены следующие значения параметров модели

$$\begin{gathered}\omega = 134.9766MeV,\ A_{YM} = -0.0425MeV,\ \Phi_{YM} = 0,\\ L_d = -\frac{1}{2},\ f_{1d}(0) = 22.938,\ L_s = L_u = \frac{1}{2},\\ f_{1s}(0) = 0.28151,\ f_{1u}(0) = 0.30632\end{gathered} \tag{20}$$

Для значений параметров (20) магнитный момент системы кварков (sdu) равен магнитному моменту лямбда бариона с экспериментальной точностью. Потенциал поля Янга-Миллса для системы кварков (sdu) является отрицательным, а по величине меньше, чем в случае нейтрона и на порядок меньше, чем в случае протона. Для этой системы выполняются условия нормировки (16), заряд системы равен нулю, а спин равен ½.

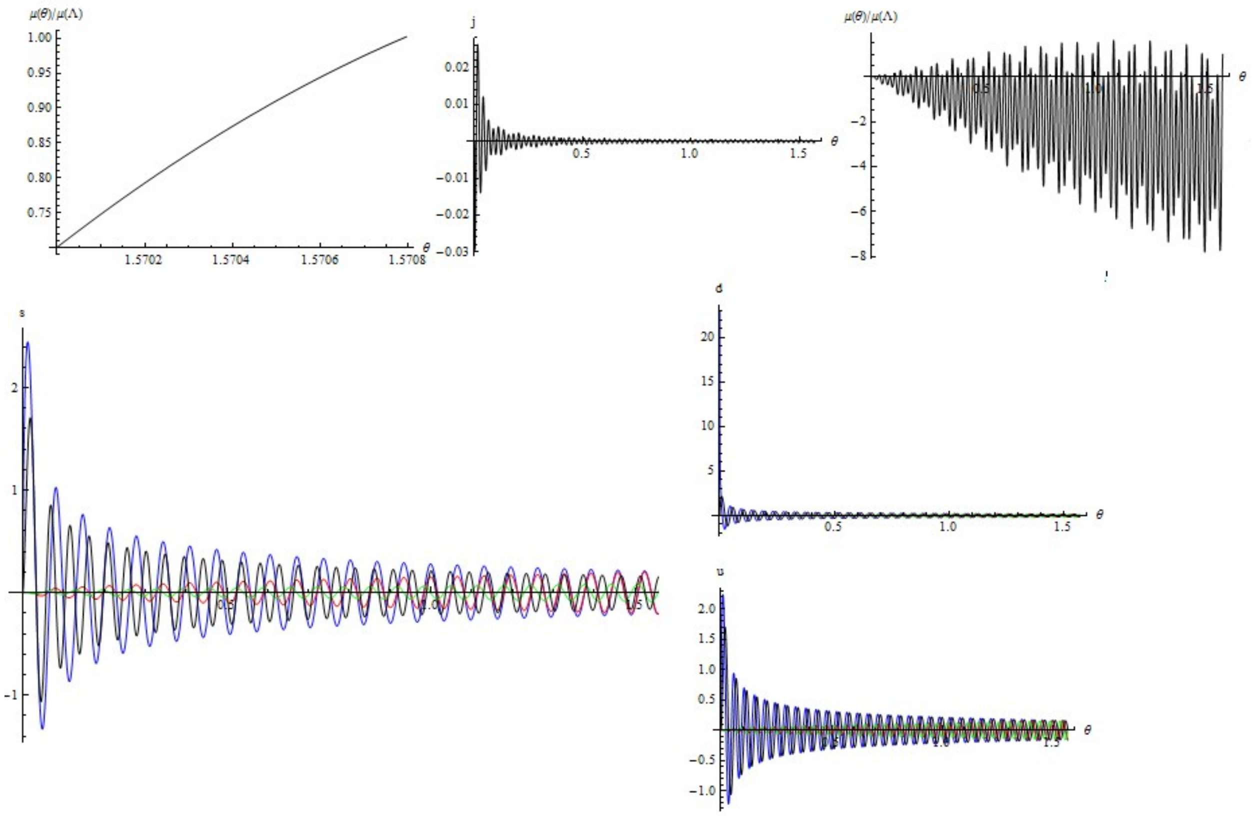


Рис. 4. Магнитный момент системы кварков (sdu) нормированный на магнитный момент лямбда бариона, электромагнитный ток в системе и волновые функции кварков.

Таким образом, мы показали, что систему кварков в метрике адронов можно описать на основе системы уравнений Дирака и уравнений квантовой электродинамики. Сформулирована замкнутая модель (8)-(14), на основе которой вычислены магнитные моменты адронов (uud), (udd) и (sdu) при их заданной энергии и заданном электрическом заряде. Исследованная область энергии соответствует резонансу в системе кварков, при котором, видимо, могут генерироваться пионы. Величина общей энергии системы кварков $3\omega = 3m_\pi \approx 404.93 MeV$ составляет значительную долю массы покоя исследованных частиц .

Наконец, заметим, что сформулированная выше модель динамики кварков в метрике адронов (7) имеет интересное свойство: кварки не покидают внутреннюю область пузыря, пока не нарушена сферическая симметрия. Действительно, движение кварков полностью осуществляется в трехмерном пространстве метрики (7). Чтобы кварки могли выйти за пределы пузыря, им надо передать радиальный импульс, что невозможно в метрике (7). Изменение же метрики возможно только при значительном возмущении поля Янга-Миллса.

## References


1. S. Durr, Z. Fodor, J. Frison *et all*. Ab Initio Determination of Light Hadron Masses// Science, 21 November 2008: Vol. 322, no. 5905 pp. 1224-1227.
2. R. G. Edwards (LHPC Collaboration), B. Joó (UKQCD Collaboration). The Chroma Software System for Lattice QCD// arXiv:hep-lat/0409003, Proceedings of the 22nd International Symposium for Lattice Field Theory (Lattice2004), Nucl. Phys B1 40 (Proc. Suppl) p832, 2005.
3. Saumen Datta, Rajiv V. Gavai, Sourendu GuptaThe QCD Critical Point : marching towards continuum//arXiv:1210.6784v1 [hep-lat] 25 Oct 2012
4. Thomas Primer, Waseem Kamleh, Derek Leinweber, Matthias Burkardt. Magnetic properties of the neutron in a uniform background field//arXiv:1212.1963v1 [hep-lat] 10 Dec, 2012.
5. S. Boinepalli, D. B. Leinweber, A. G. Williams, J. M. Zanotti, J. B. Zhang. Precision Electromagnetic Structure of Octet Baryons in the Chiral Regime//Phys. Rev. D74, 093005 (2006). [hep-lat/0604022].
6. F. X. Lee, S. Moerschbacher, W. Wilcox, Magnetic moments of vector, axial, and tensor mesons in lattice QCD, Phys. Rev. D78, 094502 (2008). [arXiv:0807.4150 [hep-lat]].
7. Трунев А.П. Моделирование метрики адронов на основе уравнений Янга-Миллса // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №10(84). С. 874 – 887. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2012/10/pdf/68.pdf, 0,875 у.п.л.
8. Л.Н. Кривоносов, В.А. Лукьянов. Полное решение уравнений Янга-Миллса для центрально-симметричной метрики// Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics 2011, 4(3), 350-362.
9. Wolfram Mathematica 9.0/ http://www.wolfram.com/mathematica/
10. J.J.J. Kokkedee. The Quark Model. – W.A. Benjamin Inc., NY-Amsterdam, 1969.

11. Bryce S. DeWitt. Dynamical Theory of Groups and Fields. – Gordon and Breach, NY, 1966.
12. V. Dzhunushaliev. Canonical conjugated Dirac equation in a curved space// arXiv:1202.5100, Feb. 25, 2012.
13. Б.В. Струминский. Магнитные моменты барионов в модели кварков. – Препринт ОИЯИ, Р-1939, 1965.
14. G. Morpurgo. Is a non relativistic approximation possible for the internal dynamics of elementary particles? //Physics,2,95,1965.