

**Chaos and Correlation**

International Journal, December 19, 2012

**Моделирование метрики
адронов на основе уравнений
Янга-Миллса****Hadrons metrics simulation on the
Yang-Mills equations****Alexander P. Trunev (Toronto, Canada)****Alexander P. Trunev**

В работе рассмотрена система уравнений Янга-Миллса в связи с уравнениями Эйнштейна и Максвелла. Сформулирована модель метрики, удовлетворяющая основным требованиям физики элементарных частиц и космологии.

The paper deals with the system of the Yang-Mills theory in connection with the Einstein and Maxwell equations. The model of a metric satisfying the basic requirements of particle physics and cosmology is proposed.

Ключевые слова: адроны, метрика, протон, уравнения Максвелла, уравнения Эйнштейна, уравнения Янга-Миллса.

Keywords: Einstein equations, hadrons, Maxwell equations, metrics, proton, Yang-Mills equations.

Введение

Вопрос о глобальной структуре пространства-времени был сформулирован в известной работе Эйнштейна в рамках ОТО [1]. Эйнштейн предполагал, что Вселенная стационарна, а средняя плотность материи и общая масса Вселенной не меняется во времени. Фридман [2] показал, что Вселенная расширяется, что нашло подтверждение в астрономических данных, а также послужило дальнейшему признанию ОТО. Однако теория гравитации Эйнштейна оказалась несовместимой с уравнениями Максвелла, поэтому были предприняты многочисленные попытки создания единой теории поля в пространстве пяти измерений [3-6]. В настоящее время, интерес к классическим моделям теории поля угас, а сами уравнения Эйнштейна используются, главным образом, для решения космологических проблем.

В связи с развитием квантовой теории, весьма актуальным является вопрос о структуре пространства-времени в масштабе протона, поскольку современные решеточные модели квантовой хромодинамики (КХД) успешно используются для предсказания свойств адронов [7]. Ответ на вопрос о структуре пространства-времени можно получить на основе уравнений Янга-Миллса [8-9], которые широко используются в физике элементарных частиц. Связь уравнений Янга-Миллса с уравнениями Максвелла и Эйнштейна была установлена в работах [10-12]. Было показано, что на 4-мерных многообразиях конформной связности [13] система уравнений Янга-Миллса распадется на уравнения Эйнштейна, уравнения Максвелла и уравнения движения вещества. Таким образом, созданы реальные предпосылки для создания единой теории поля. В настоящей работе сформулирована модель метрики адронов, удовлетворяющая основным требованиям физики элементарных частиц и космологии.

Основные уравнения модели космологического масштаба

Рассмотрим пример чисто временного решения уравнений Янга-Миллса в пространстве без кручения [11]. Зададим метрику пространства в виде

$$\psi = \eta_{ij} \omega^i \omega^j = -dt^2 + a^2(t)(dx_1)^2 + \beta^2(t)(dx_2)^2 + c^2(t)(dx_3)^2 \quad (1)$$

Здесь $\eta_{ij} = \eta^{ij}$ - метрический тензор пространства Минковского сигнатуры (- + + +),

$$\omega^1 = dt, \omega^2 = a(t)dx_1, \omega^3 = \beta(t)dx_2, \omega^4 = c(t)dx_3.$$

Уравнения Янга-Миллса [8] сводятся в этом случае к уравнениям Эйнштейна, Максвелла и уравнениям движения материи соответственно, имеем

$$b_{11} = \frac{1}{3} \left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\ddot{\beta}}{\beta} + \frac{\ddot{c}}{c} \right) - \frac{1}{6} \left(\frac{\dot{a}\dot{\beta}}{a\beta} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} + \frac{\dot{\beta}\dot{c}}{\beta c} \right) \quad (2)$$

$$b_{22} = -\frac{1}{3} \left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}\dot{\beta}}{a\beta} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{\dot{\beta}}{\beta} + \frac{\dot{c}}{c} + \frac{\dot{\beta}\dot{c}}{\beta c} \right)$$

$$b_{33} = -\frac{1}{3} \left(\frac{\dot{a}\dot{\beta}}{a\beta} + \frac{\dot{\beta}}{\beta} + \frac{\dot{\beta}\dot{c}}{\beta c} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{c}}{c} + \frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} \right)$$

$$b_{44} = -\frac{1}{3} \left(\frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} + \frac{\dot{\beta}\dot{c}}{\beta c} + \frac{\dot{c}}{c} \right) + \frac{1}{6} \left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{\beta}}{\beta} + \frac{\dot{a}\dot{\beta}}{a\beta} \right)$$

$$b_{12}\beta c = M, \quad b_{34}\beta c = N$$

$$\dot{b}_{22} + (b_{11} + b_{22}) \frac{\dot{a}}{a} = S_2$$

$$\dot{b}_{33} + (b_{11} + b_{33}) \frac{\dot{\beta}}{\beta} = S_3$$

$$\dot{b}_{44} + (b_{11} + b_{44}) \frac{\dot{c}}{c} = S_4$$

$$\dot{S}_2 + S_2 \left(\frac{\dot{\beta}}{\beta} + \frac{\dot{c}}{c} \right) =$$

$$2b_{12}^2 + 2b_{34}^2 - b_{11} \left(\frac{\ddot{a}}{a} + b_{22} - b_{11} \right) + b_{33} \left(\frac{\dot{a}\dot{\beta}}{a\beta} + b_{22} + b_{33} \right) + b_{44} \left(\frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} + b_{22} + b_{44} \right)$$

$$\dot{S}_3 + S_3 \left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{c}}{c} \right) =$$

$$-2b_{12}^2 - 2b_{34}^2 - b_{11} \left(\frac{\ddot{\beta}}{\beta} + b_{33} - b_{11} \right) + b_{22} \left(\frac{\dot{a}\dot{\beta}}{a\beta} + b_{22} + b_{33} \right) + b_{44} \left(\frac{\dot{\beta}\dot{c}}{\beta c} + b_{33} + b_{44} \right)$$

$$\dot{S}_4 + S_4 \left(\frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{\beta}}{\beta} \right) =$$

$$-2b_{12}^2 - 2b_{34}^2 - b_{11} \left(\frac{\ddot{c}}{c} + b_{44} - b_{11} \right) + b_{22} \left(\frac{\dot{a}\dot{c}}{ac} + b_{22} + b_{44} \right) + b_{33} \left(\frac{\dot{\beta}\dot{c}}{\beta c} + b_{33} + b_{44} \right)$$

Здесь $b_{ij} + b_{ji} - 2(\eta^{ij} b_{ij}) \eta_{ij} = T_{ij}$ - тензор энергии-импульса материи; M, N - параметры, характеризующие электромагнитное поле. Отметим, что уравнения Эйнштейна в этих обозначениях имеют вид:

$$b_{ij} + b_{ji} + b\eta_{ij} = R_{ij} \quad (3)$$

$b = \eta^{ij} b_{ij}$; R_{ij} - тензор Риччи. В случае метрики (1) уравнения (3) сводятся к первым четырем уравнениям (2). В отличие от стандартных уравнений Эйнштейна, они не содержат размерных параметров, характеризующих взаимосвязь гравитационного поля с распределением материи. Это обусловлено тем, что величины b_{ij} , фигурирующие в уравнениях (2)-(3) и описывающие классические поля Янга-Миллса, являются геометрическими величинами, как и тензор Риччи в правой части уравнения (3).

Некоторые точные решения и численная модель

В работе [11] было указано частное решение системы уравнений (2)

$$\begin{aligned} a &= \frac{2PQ}{t_0 + t}; \quad \beta = c = \frac{t + t_0}{2Q}; \quad M^2 + N^2 = \frac{1}{12Q^4}; \\ b_{11} &= \frac{5}{6(t_0 + t)^2}; \quad b_{22} = b_{33} = b_{44} = \frac{1}{6(t_0 + t)^2} \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь P, Q, t_0 - произвольные постоянные.

Решение (4) описывает сингулярный во времени процесс, в котором плотность энергии неограниченно возрастает при условии $t \rightarrow -t_0$. Среди таких процессов в нашей Вселенной можно указать гипотетический первичный взрыв. В этом случае характерная плотность барионной материи убывает со временем, тогда как плотность электромагнитной энергии остается постоянной. Отметим, что в модели (2) эти плотности представлены диагональными и недиагональными компонентами тензора b_{ij} соответственно.

Укажем еще одно частное решение системы уравнений (2)

$$\begin{aligned} a &= a_0 \exp(\lambda t), \quad \beta = B, \quad c = C; \quad M^2 + N^2 = B^2 C^2 \frac{\lambda^4}{12}; \\ b_{11} &= -b_{22} = \frac{\lambda^2}{3}; \quad b_{33} = b_{44} = \frac{\lambda^2}{6} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\psi = -dt^2 + a_0^2 e^{2\lambda t} (dx_1)^2 + B^2 (dx_2)^2 + C^2 (dx_3)^2.$$

Здесь a_0, B, C, λ - произвольные постоянные. Решение (5) дает нам пример пространства постоянной отрицательной кривизны $R = \eta^{ij} R_{ij} = -2\lambda^2$. В этом случае плотность барионной материи и плотность электромагнитной энергии остаются постоянными во времени.

Решения (4-5) были использованы для настройки численной модели для системы уравнений (2). Исследовались различные режимы перехода от решений типа (4) к решениям типа (5) – рис. 1. Установлено, что если в начальный момент времени положить $b_{11} = const$, то в последующие моменты все диагональные компоненты тензора b_{ij} стремятся к постоянным величинам, а компоненты метрического тензора возрастают по экспоненциальному закону – рис. 1.

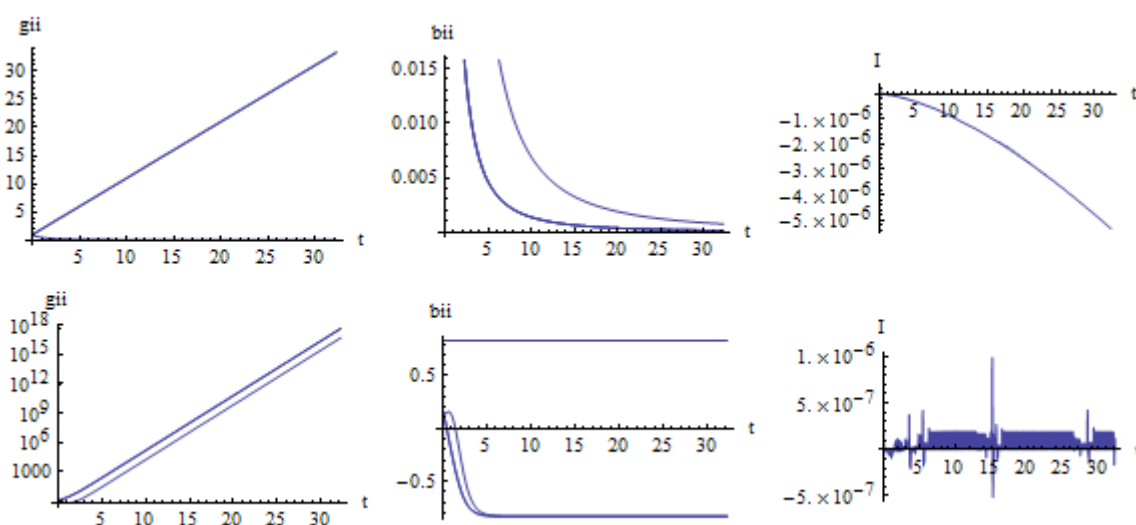


Рис. 1. Точное решение (4) при обращении времени (вверху) и переход от решения (4) к решению, в котором все диагональные компоненты тензора b_{ij} стремятся к постоянным величинам (внизу): слева компоненты метрического тензора, справа – точность численного решения.

При этом только на решениях типа (5) плотность электромагнитной энергии остается постоянной во времени. Во всех остальных случаях плотность изменяется в соответствии с уравнениями $b_{12}\beta c = M$, $b_{34}\beta c = N$, т.е. убывает в случае раздувающейся Вселенной.

Такое исчезновение электромагнитного поля на больших масштабах противоречит астрономическим наблюдениям, поэтому остановимся на решениях типа (5), как на гипотетическом сценарии, описывающим Вселенную в большом масштабе.

Альтернативой является сценарий типа (4), однако он противоречит экспериментам в области физики больших энергий. Действительно, убывание плотности барионной материи означает, кроме всего прочего, что протон неустойчив. Это следует из того факта, что в обсуждаемой модели плотность барионной материи и плотность протона связаны между собой в силу того, что уравнение Эйнштейна (3) содержит только геометрические параметры b_{ij} , которые описывают распределение плотности в любом масштабе. Но экспериментальные оценки времени жизни протона показывают, что период полураспада протона составляет более 10^{33} лет, т.е. значительно превосходит время жизни Вселенной (около 10^{10} лет).

По этой причине следует отбросить и другие космологические модели с убывающей плотностью материи. В этом смысле гипотеза Эйнштейна [1] о стационарном распределении плотности материи во Вселенной является верной, однако из этой гипотезы не следует, что метрика также стационарна. Полученное нами решение (5) объединяет свойства моделей Эйнштейна [1] и Фридмана [2], поскольку описывает Вселенную с нестационарной метрикой, и с постоянным распределением плотности барионной материи и электромагнитного поля.

Модель масштаба протона

Заметим, что уравнения Эйнштейна в форме (3) являются универсальными, т.е. описывают метрику в любом масштабе, так как их решение зависит

только от начальных условий. Выбирая эти условия в масштабе протона, получим модель, описывающую метрику адронов. Рассмотрим вопрос о метрике протона и других элементарных частиц. В работе [12] были получены все решения уравнений Янга-Миллса в случае центрально-симметричной метрики. Частным случаем центрально-симметричной метрики является

$$\begin{aligned} \psi &= \eta_{ij} \omega^i \omega^j = -dt^2 + e^{2\nu} dr^2 + d\theta^2 + \sigma^2(\theta) d\varphi^2 \\ \frac{d^2\sigma}{d\theta^2} &= -\kappa\sigma \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь $\kappa = const$ - гауссова кривизна квадратичной формы $d\theta^2 + \sigma^2(\theta) d\varphi^2$, Функция $\nu = \nu(r, t)$ определяется путем решением уравнений Янга-Миллса. Поскольку мы рассматриваем фундаментальную геометрическую структуру наблюдаемой Вселенной, то нас интересуют, прежде всего, периодические решения, образующие решетку. Это требование вытекает из того очевидного факта, что все точки пространства должны быть равноправны между собой, но при этом каждый наблюдатель может воспроизводить все наблюдаемое многообразие явлений. Такое возможно только если в основе пространства лежит периодическая структура.

Среди всех решений уравнений Янга-Миллса, полученных в работе [12] в случае метрики (6), есть такое, которое выражается через эллиптическую функцию Вейерштрасса. В этом случае уравнения модели приводятся к виду:

$$\begin{aligned} A_{\tau\tau} &= \frac{1}{2}(A^2 - \kappa^2), \quad e^\nu = A_\tau, \quad \tau = t \pm r + \tau_0 \\ A &= \sqrt[3]{12} \wp(\tau / \sqrt[3]{12}; g_2, g_3), \\ b_{11} = -b_{22} &= \frac{1}{3}A - \frac{\kappa}{6}, \quad b_{33} = b_{44} = \frac{1}{6}A - \frac{\kappa}{3}, \quad b_{12} = b_{21} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь g_2, g_3 - инварианты функции Вейерштрасса, причем $g_2 = \kappa^2 \sqrt[3]{12}$, τ_0 - свободный параметр, связанный с выбором начал координат. Соответствующая этому решению метрика, видимо, может описывать

фундаментальную структуру Вселенной и, в частности, структуру элементарных частиц. Действительно, решение (7) и соответствующая ему метрика, характеризуются двумя периодами, которые, очевидно, должны быть связаны с параметрами элементарных частиц. Но в наблюдаемой нами Вселенной есть только две стабильные частицы с ненулевой массой – это протон и электрон. Поэтому можно предположить, что периоды решетки функции Вейерштрасса $\omega_{1,2}$ связаны со свойствами протона и электрона, а также их античастиц – антипротона и позитрона.

Заметим, что сумма диагональных компонентов тензора энергии-импульса в этом случае равна $T_{ii} = 2A$. Следовательно, задавая характерную плотность материи ρ_0 и пространственно-временной масштаб Λ , можно получить общее решение задачи, описывающее метрику в любом масштабе. Покажем, что метрика (5) также описывается уравнениями (7). Для этого рассмотрим решение первого уравнения (7) вблизи постоянного уровня плотности материи, задаваемого уравнением $A^2 = \kappa^2$. Введем новую функцию и переменные по формулам

$$f = A - \kappa, \tau = t + r$$

Предположим, что $f^2 \ll \kappa^2$, тогда уравнения модели (7) и решение имеют вид

$$\begin{aligned} f_{\tau\tau} &= \kappa f, \quad e^v = f_\tau \\ f &= f_0 \exp(\sqrt{\kappa} \tau) + f_1 \exp(-\sqrt{\kappa} \tau), \\ e^v &= f_0 \sqrt{\kappa} e^{\sqrt{\kappa} \tau} - f_1 \sqrt{\kappa} e^{-\sqrt{\kappa} \tau} \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} f_0 \sqrt{\kappa} e^{\sqrt{\kappa} \tau} \end{aligned} \quad (8)$$

В общем случае, как известно, соответствующая метрика приводится к виду [12,14]

$$\psi = -dt^2 + ch^2(\sqrt{\kappa} t + t_0) dr^2 + d\theta^2 + \cos^2(\sqrt{\kappa} \theta + \theta_0) d\phi^2 \quad (9)$$

Рассмотрим Вселенную на текущий момент ее существования в малой окрестности начала системы координат, связанной с Солнечной системой,

где $\tau \approx t$. Известно, что наблюдаемая средняя плотность материи во Вселенной является малой величиной в сравнении с плотностью барионов, поэтому $\sqrt{\kappa} \ll 1$. Очевидно, что при указанных условиях для согласования метрик (5) и (9) достаточно будет положить $\kappa = \lambda^2$.

Мы, таким образом, доказали, что метрика наблюдаемой Вселенной связана с метрикой периодической решетки, задаваемой функцией Вейерштрасса (7).

Отметим, что хотя метрики (5) и (9) подобны, однако тензоры b_{ij} при этом не подобны. Действительно, метрика (5) совместима с ненулевым электромагнитным полем, которое описывается компонентами тензора $b_{12} = M / \beta c$, $b_{34} = N / \beta c$. Тогда как в метрике (7) электромагнитное поле равно нулю, поскольку $b_{12} = 0$.

Следовательно, необходимо объяснить механизм возникновения электромагнитного поля в исходной решетке (7), которая не содержит электромагнитного поля. Для этого заметим, что поле Янга-Миллса в линейном случае распадается на набор независимых электромагнитных полей [15]. Следовательно, электромагнитное поле возникает при низкой плотности энергии, начиная уже с атомных ядер и атомов. Для его возникновения не требуется каких-то дополнительных источников, кроме поля Янга-Миллса и самой решетки. Возникающие при этом электромагнитные поля имеют длину волны кратную периодам решетки. Эти волны распространяются с постоянной скоростью (света) от всякого источника вдоль самой решетки в соответствии с уравнениями Максвелла. Таким образом, квантование электромагнитных волн является следствием наличия решетки в метрике (7), периоды которой проявляются во всех наблюдаемых феноменах.

Модели метрики элементарных частиц

Положим $g_2 = \sqrt[3]{12}$, $g_3 = 1$, тогда полупериоды функции Вейерштрасса определяются в виде $\omega_1 = 1.33003$, $\omega_2 = 0.66501 + 1.61260i$. Вычисление полупериодов и построение соответствующих 3D изображений функции Вейерштрасса и модуля ее первой производной осуществлялось с использованием системы Wolfram Mathematica 9.0 [16]. Рассмотрим метрику решетки, формирующейся при указанных параметрах – рис. 2.

Как следует из приведенных на рис. 2 данных, пики функции Вейерштрасса сливаются, образуя сплошные стены, тянущиеся вдоль линий $t \pm r = \text{const}$ с периодом $2\omega_1 \sqrt[3]{12} \approx 6.09$. Эти характеристики описывают сходящиеся (знак плюс) или расходящиеся (знак минус) сферические волны. Легко видеть, что решения первого уравнения (7) симметричны относительно замены $t \rightarrow -t$, однако, метрика (5) несимметрична относительно обращения времени. Поэтому, хотя микроскопические события обратимы во времени, макроскопические события, как известно, необратимы, что обусловлено, в том числе, возрастанием энтропии. Можно предположить, что излучение сферических волн является основным процессом в расширяющейся Вселенной, тогда при определении метрики решетки следует полагать, что $\tau = t - r + \tau_0$.

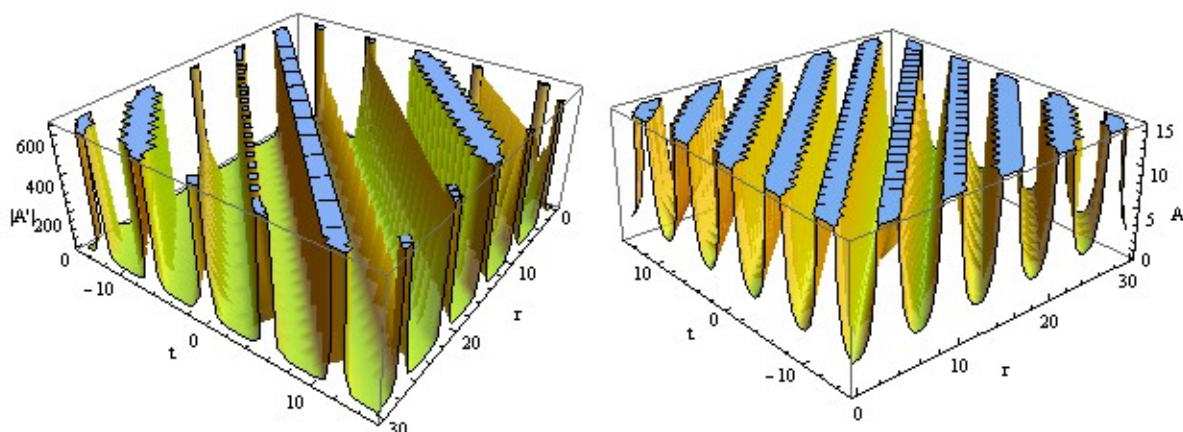


Рис. 2. Параметр метрики $e^v = |A_t^v|$ и полу сумма диагональных элементов тензора энергии-импульса $T_{ii}/2 = A$ в случае $g_2 = \sqrt[3]{12}$, $g_3 = 1$.

Из классической электродинамики известно, что в процессах излучения электромагнитных волн играет роль электрический заряд. В данной модели наиболее естественно будет предположить, что электромагнитные волны возникают при взаимодействии заряда с решеткой. Но как возникает сам электрический заряд и как электрический заряд соотносится с параметрами решетки? Согласно существующим представлениям, заряд адронов возникает при сложении дробных зарядов кварков. Однако происхождение электрического заряда самих кварков тоже требует объяснения.

В решеточной модели можно определить дефект решетки типа пузыря. Метрика решетки с одиночным пузырем описывается моделью (7), а соответствующая метрика имеет вид (6). В области пузыря считаем, что $A^2 = \kappa^2$, а во внешней области решение зададим в виде (7), имеем

$$\begin{aligned} A^2 &= \kappa^2, e^v = 0, \quad |\tau| < \tau_0 \\ A &= \sqrt[3]{12}\varphi(\tau / \sqrt[3]{12}, g_1, g_2), e^v = A_\tau, \quad |\tau| > \tau_0 \end{aligned} \quad (10)$$

На границах пузыря непрерывна функция A и ее первая производная,

$$\kappa = \sqrt[3]{12}\varphi(\tau_0 / \sqrt[3]{12}, g_1, g_2), A_\tau = 0, |\tau| = \tau_0 \quad (11)$$

В частном случае решетки на рис. 2, с инвариантами заданными в виде $g_2 = \sqrt[3]{12}, g_3 = 1$, находим первый ноль и соответствующее значение параметра метрики $\tau_0 = 3.0449983, \kappa = 2.1038034$. Следовательно, метрика в модели пузыря содержит разрыв параметра κ . Соответствующая решетка представлена на рис. 3. Отметим, что метрика во внутренней области пузыря является трехмерной, поскольку не содержит радиальной координаты. Действительно, используя уравнения (6) и (10), находим

$$\psi = -dt^2 + d\theta^2 + \cos^2(\sqrt{\kappa}\theta + \theta_0)d\varphi^2 \quad (12)$$

Аналогично строится решение для других корней второго уравнения (10). Все эти решения отличаются только размером пузыря, тогда как значение

параметра κ не меняется. Пузырь распространяется со скоростью света вдоль характеристик $t - r = const$ - рис. 3. Для внешнего неподвижного наблюдателя пузырь представляется однородной частицей, обладающей конечной протяженностью во времени и в пространстве.

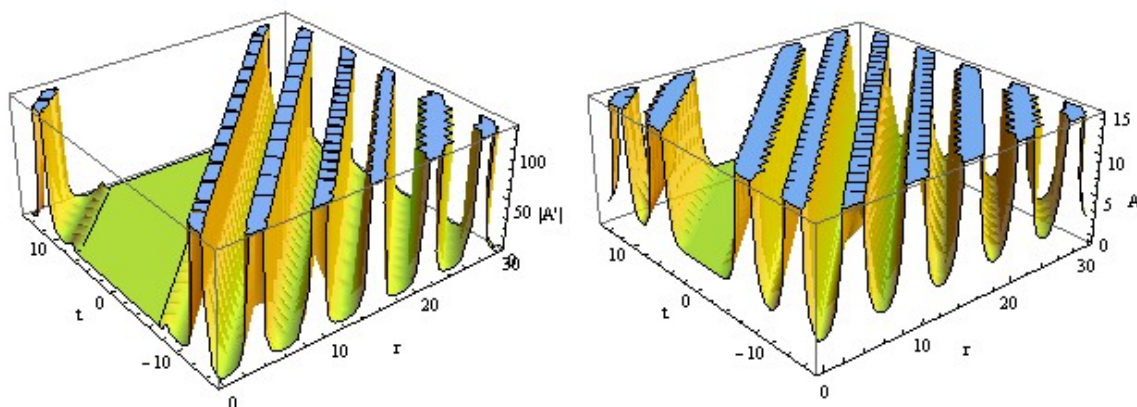


Рис. 3. Параметр метрики $e^y = |A_t|$ и полу сумма диагональных элементов тензора энергии-импульса $T_{ii}/2 = A$ при наличии однородного пузыря в случае $g_2 = \sqrt[3]{12}$, $g_3 = 1$.

Всякий пузырь можно вывернуть наизнанку, просто изменив на противоположные неравенства (10) – рис. 4. В этом случае можно доопределить метрику во внешней области пузыря, используя решение (8), справедливое при слабом отклонении метрики от метрики пузыря, для которой справедливо равенство $A^2 = \kappa^2$. Тогда метрика внешнего пространства будет совпадать с метрикой нашей Вселенной, а метрика внутри пузыря будет частью решетки. Для внешнего наблюдателя, находящегося в нашей Вселенной такой пузырь представляется как сложная, многослойная частица, обладающая конечной протяженностью в пространстве и времени.

Наконец, третий тип частиц можно составить как комбинацию двух первых, погрузив однородный пузырь типа изображенного на рис. 3 в другой пузырь, показанный на рис. 4. В результате возникает пузырь, ограниченный

оболочкой конечной толщины – рис. 5. Наша дальнейшая задача заключается в том, чтобы показать, что такую частицу, при некоторых условиях можно поймать, например, в магнитную ловушку, т.е. она обладает электрическим зарядом.

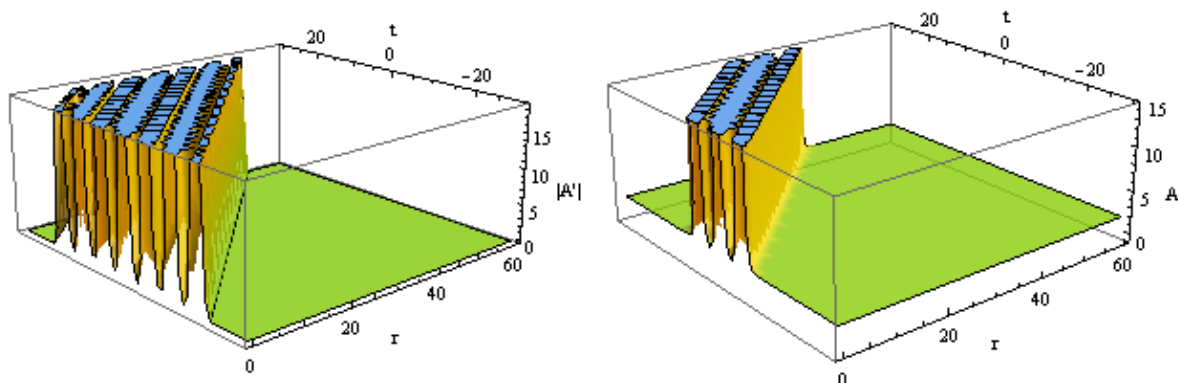


Рис. 4. Неоднородный пузырь в случае $g_2 = \sqrt[3]{12}$, $g_3 = 1$.

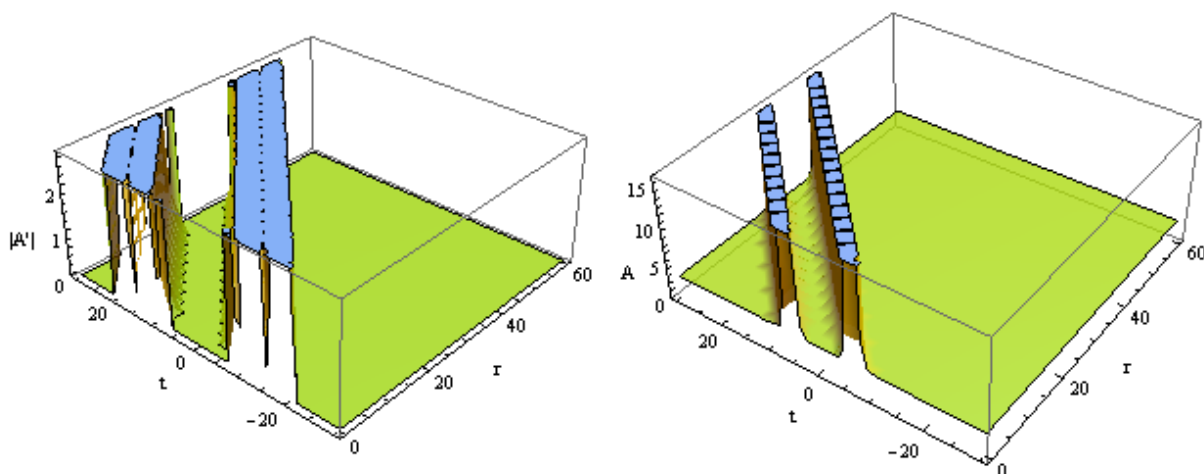


Рис. 5. Однородный пузырь, ограниченный стенками в однородном пространстве: $g_2 = \sqrt[3]{12}$, $g_3 = 1$.

Во-первых, заметим, что частица такого типа, который представлен на рис. 4-5, может расширяться с любой скоростью, а не только со скоростью света в нашей Вселенной. Действительно, по построению решение во внутренней области зависит от комбинации переменных $\tau = t - r$. По умолчанию принято, что единицей скорости является скорость света. Однако в действительности эта скорость зависит только от скорости внешней границы,

которую можно выбрать любой, в том числе сколь угодно малой. Отсюда находим, что могут существовать частицы сферической формы, которые расширяются синхронно с пространством нашей Вселенной. Поэтому внешнему наблюдателю они кажутся статическими образованиями.

Во-вторых, отметим, что полость внутри частицы может содержать электромагнитное поле, так как решение нестационарной задачи в полости можно описать на основе уравнений (2). В частном случае статического электромагнитного поля решение такой задачи можно представить в виде (5). Но статическое электромагнитное поле в ограниченной полости может существовать только в том случае, если полость находится во внешнем статическом поле, либо сама полость содержит электрический заряд или распределение зарядов. Логично будет приписать эти заряды барионной материи, которая также содержится в полости, согласно (5). Таким образом, развитая выше модель позволяет описать строение протона и других адронов, а также объяснить происхождение электрического заряда.

Наконец, заметим, что развитую выше модель метрики элементарных частиц можно объединить с моделью глобола [17], которая была успешно использована для предсказания массы адронов [18].

References

1. Альберт Эйнштейн. Вопросы космологии и общая теория относительности/ А. Эйнштейн. Собрание научных трудов в четырех томах. Изд-во, «Наука», Москва, 1965, т. 1, с.601.
2. А.А. Фридман. О кривизне пространства/ Избранные труды. – Москва, Наука, 1966, с. 229.
3. Kaluza, Theodor. Zum Unitätsproblem in der Physik. [Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin. \(Math. Phys.\)](#) **1921**: 966–972.
4. A. Einstein, P. Bergmann. Generalization of Kaluza's Theory of Electricity// *Ann. Math.*, ser. 2, 1938, 39, 683-701 (см. Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т. 2. – М., Наука, 1966).

5. Einstein A., Pauli W.— Ann of Phys., 1943, v. 44, p. 131. (см. Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т. 2. – М., Наука, 1966, статья 123).
6. Ю. Б. Румер. Исследования по 5-оптике. – М., Гостехиздат, 1956. 152 с.
7. S. Durr, Z. Fodor, J. Frison *et all.* Ab Initio Determination of Light Hadron Masses// Science, 21 November 2008: Vol. 322, no. 5905 pp. 1224-1227.
8. C.N. Yang, R.L. Mills// Phys. Rev., 96, 191, 1954.
9. H. Fritzsch, M. Gell-Mann, H. Leutwyler. Advantages of the color octet gluon picture// Phys. Lett. B 47 (1973) 365.
10. Л.Н. Кривоносов, В.А. Лукьянов. Связь уравнений Янга-Миллса с уравнениями Эйнштейна// Известия вузов, Математика 2009, №9, с. 69-74.
11. Л.Н. Кривоносов, В.А. Лукьянов. Связь уравнений Янга-Миллса с уравнениями Эйнштейна и Максвелла// Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics 2009, 2(4), 432-448.
12. Л.Н. Кривоносов, В.А. Лукьянов. Полное решение уравнений Янга-Миллса для центрально-симметричной метрики// Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics 2011, 4(3), 350-362.
13. Э. Картан. Пространства аффинной, проективной и конформной связности. – Казань, изд-во Казанского университета, 1962.
14. А.З. Петров. Новые методы в общей теории относительности. – М., Наука, 1966.
15. Bryce S. DeWitt. Dynamical Theory of Groups and Fields. – Gordon and Breach, NY, 1966.
16. Wolfram Mathematica 9.0/ <http://www.wolfram.com/mathematica/>
17. V. Dzhunushaliev. Scalar model of the glueball// Hadronic J. Suppl. 19, 185 (2004); <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/0312289v4.pdf>
18. Трунев А.П. Моделирование массы адронов и энергии возбужденных состояний атомных ядер в модели глюонного конденсата / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №07(81). С. 545 – 554. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/40.pdf>