



Chaos and Correlation
International Journal, March 1, 2012

**Структура атомного ядра и
энергия связи в модели ядерных
оболочек**

**The structure of atomic nuclei
and binding energy in the shell
model**

Alexander P. Trunev (Toronto, Canada)

Alexander P. Trunev

На основе теории Калуцы-Клейна изучены особые состояния, возникающие при взаимодействии протонов со скалярным безмассовым полем. Показано, что некоторые состояния имеют параметры атомных ядер. Вычислена зависимость энергии связи от числа нуклонов для всей совокупности известных нуклидов.

The special states, arising from the interaction of protons with a scalar massless field studied on the basis of Kaluza-Klein theory. It is shown that some states have the parameters of atomic nuclei. We calculate the binding energy dependence on the number of nucleons for the entire set of known nuclides.

Ключевые слова: нейтрон, протон, электрон, ядро.

Keywords: Electron, Proton, Neutron, Nuclei.

Введение

Модель ядерных оболочек /1-3/ широко используется для описания процессов в атомных ядрах. Как известно, модель ядерных оболочек построена на основе аналогии с электронными оболочками атомов. Возникает вопрос, можно ли построить такую модель ядра, чтобы электронные и ядерные оболочки описывались одним уравнением? В такой модели, например, может найти объяснение К-захват, как переход с одного уровня энергии на другой.

Указанный вопрос тесно связан с проблемой происхождения элементарных частиц. Ранее было установлено /4/, что влияние электромагнитного поля на метрику в пятимерном пространстве в окрестности заряженного центра гравитации приводит к появлению связанных состояний скалярного поля, описывающих спектр масс элементарных частиц. В работах /5-6/ в рамках модели /4/ дано решение задачи о структуре атома водорода и нейтрона. В частности, было показано /5/, что при взаимодействии протона со скалярным безмассовым полем могут образоваться частицы с массой близкой к массе нейтрона.

В перечисленных работах /4-6/ в качестве универсальной субстанции, образующей элементарные частицы и атомы, выступает безмассовое скалярное поле. Было показано /7-9/, что скалярный потенциал электромагнитного поля может служить универсальной

субстанцией, из которой образуются электронные оболочки атомов. В настоящей работе изучен вопрос о построении универсальной модели атома и атомного ядра на основе теории фундаментальных взаимодействий /4/. Исследована задача о взаимодействии кластера протонов с общим числом A с безмассовым скалярным полем. Установлены связанные состояния, имеющие параметры атомных ядер с зарядом Z , содержащих $A=Z+N$ нуклонов. Вычислена зависимость энергии связи от числа нуклонов для всей совокупности известных нуклидов.

Общая волновая модель

Для описания движения материи с учетом ее волновых свойств, предположим, что стандартное уравнение Гамильтона-Якоби в релятивистской механике и уравнение типа Клейна-Гордона в квантовой механике возникают как следствие выполнения волнового уравнения в 5-мерном пространстве /4-7/. Это уравнение в общем случае можно записать в виде:

$$\frac{1}{\sqrt{-G}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\sqrt{-G} G^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\nu} \Psi \right) = 0 \quad (1)$$

Здесь Ψ - волновая функция, описывающая, согласно (1), безмассовое скалярное поле в пятимерном пространстве, G^{ik} - контравариантный метрический тензор,

$$G^{ik} = N^{-1} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & -g^1 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 & -g^2 \\ 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & -g^3 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & -g^4 \\ -g^1 & -g^2 & -g^3 & -g^4 & \lambda \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\lambda_1 = (1 - \varepsilon^2 / kr)^{-1}; \quad \lambda_2 = -(1 + \varepsilon^2 / kr)^{-1}$$

$$g^1 = \lambda_1 g_1, \quad g^2 = \lambda_2 g_2, \quad g^3 = \lambda_2 g_3, \quad g^4 = \lambda_2 g_4$$

$$\lambda = 1 + \lambda_1 g_1^2 + \lambda_2 (g_2^2 + g_3^2 + g_4^2); \quad G = N^5 / (ab^3); \quad N = (kr)^2.$$

Векторный потенциал источника, связанного с центром гравитации, имеет вид

$$g_1 = \varepsilon / kr, \quad \mathbf{g} = g_1 \mathbf{u} \quad (3)$$

Здесь \mathbf{u} – некоторый вектор в трехмерном пространстве, который определим ниже. В частности, скалярный и векторный потенциал электромагнитного поля единичного заряда с массой m можно представить в форме

$$\varphi_e = \frac{q}{r} = \frac{mc^2}{e} \frac{\varepsilon}{kr}, \quad \mathbf{A} = \varphi_e \mathbf{u} \quad (4)$$

В этом случае имеем $k = 2\gamma m^3 c^2 / e^4$, $\varepsilon^2 / k = 2\gamma m / c^2$, γ - гравитационная постоянная. Численное значение параметра k , имеющего размерность обратной длины, составляет в случае электрона около $1,7 \cdot 10^{-28} \text{ м}^{-1}$, а в случае протона приблизительно $1,05 \cdot 10^{-18} \text{ м}^{-1}$. Отметим, что соответствующий масштаб в случае электрона превосходит размер наблюдаемой Вселенной, тогда как для протонов этот масштаб составляет около 100 световых лет - таблица 1.

Таблица 1. Параметры метрического тензора

	$k, 1/\text{м}$	ε	$\Gamma_{\text{max}}, \text{М}$	$\Gamma_{\text{min}}, \text{М}$
e-	1,703163E-28	4,799488E-43	5,87E+27	2,81799E-15
p+	1,054395E-18	1,618178E-36	9,48E+17	1,5347E-18

Уравнение (1) интересно тем, что из него, путем простого обобщения, можно вывести все основные модели квантовой механики, включая уравнение Дирака, а в нерелятивистском случае это уравнение сводится к уравнению Шредингера. Из него можно также вывести уравнение эйконала, которое в 4-х мерном пространстве сводится к уравнению Гамильтона-Якоби, описывающему движение релятивистских заряженных частиц в электромагнитном и гравитационном поле /4/.

Далее заметим, что в исследуемой метрике, зависящей только от радиальной координаты, выполняется следующее соотношение

$$F^\mu = N \frac{\partial}{\partial x^\mu} (\sqrt{-GG^{\mu\nu}}) = N \frac{\partial r}{\partial x^\mu} \frac{d}{dr} (\sqrt{-GG^{\mu\nu}}) \quad (5)$$

С учетом выражений (2), (5) запишем волновое уравнение (1) в виде

$$\frac{\lambda_1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - |\lambda_2| \nabla^2 \Psi + \lambda \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \rho^2} - 2g^i \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^i \partial \rho} + F^\mu \frac{\partial \Psi}{\partial x^\mu} = 0 \quad (6)$$

Отметим, что последнее слагаемое в уравнении (6) имеет порядок $N^2 k = k^5 r^4 \ll 1$. Следовательно, это слагаемое можно отбросить в задачах, характерный масштаб которых значительно меньше, чем максимальный масштаб из таблицы 1. Уравнение (6) примечательно тем, что оно не содержит каких-либо параметров, характеризующих скалярное поле. Поле приобретает массу и заряд (не только электрический, но и сильный, и слабый /4/) в процессе взаимодействия с центральным телом, что обусловлено только метрикой 5-и мерного пространства.

Спектр атомных частиц с аксиальной симметрией

Рассмотрим задачу о движении материи вокруг заряженного центра гравитации, обладающего электрическим и сильным зарядом, например, вокруг протона. В процессе решения этой задачи необходимо определить инерционную массу материи и энергию

связи. Поскольку уравнение (6) является линейным и однородным, такую задачу можно решить в общем случае.

Введем полярную систему координат (r, ϕ, z) с осью z направленной вдоль векторного потенциала (4), положим в уравнении (6)

$$\Psi = \psi(r) \exp(i l \phi + i k_z z - i \omega t - i k_\rho \rho) \quad (7)$$

Разделяя переменные, находим, что радиальное распределение материи описывается следующим уравнением (здесь отброшено, в силу его малости, последнее слагаемое в уравнении (6)):

$$-\frac{\lambda_1 \omega^2}{c^2} \psi - |\lambda_2| \left(\psi_{rr} + \frac{1}{r} \psi_r - \frac{l^2}{r^2} \psi - k_z^2 \psi \right) - \lambda k_\rho^2 \psi + 2g^1 c^{-1} \omega k_\rho \psi - 2g^z k_z k_\rho \psi = 0 \quad (8)$$

Будем считать, что характерный масштаб пространственного распределения материи значительно превосходит гравитационный радиус, $r \gg \varepsilon^2/k = 2\gamma M/c^2$. Тогда в первом приближении можно положить, что $\lambda_1 \approx -\lambda_2 \approx 1$; $\lambda = 1 + g_1^2 - g^2 \approx 1$. Используем также определение векторного и скалярного потенциала (3), в результате получим

$$\psi_{rr} + \frac{1}{r} \psi_r - \frac{l^2}{r^2} \psi - k_z^2 \psi + \left(K^2 + \frac{\kappa_g}{r} \right) \psi = 0 \quad (9)$$

$$K^2 = k_\rho^2 + \omega^2/c^2, \quad \kappa_g = -2\varepsilon k_\rho (k_z u_z + \omega/c)/k > 0$$

Отметим, что уравнение (9) по форме совпадает с тем, что было получено в работах /8-9/ в случае аксиально-симметричных решений уравнений Шредингера, описывающих особые состояния атома водорода. Будем искать решение уравнения (9) в виде

$$\psi = \psi_0 \frac{\exp(-r/r_0)}{r^a} \quad (10)$$

Подставляя выражение (10) в уравнение (9), находим

$$\frac{a^2 - l^2}{r^2} + \frac{2a - 1 + r_0 \kappa_g}{r r_0} + \frac{1}{r_0^2} - k_z^2 + k_\rho^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (11)$$

Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях r , находим уравнения для определения неизвестных параметров:

$$a = \pm l, \quad r_0 = \frac{1 - 2a}{\kappa_g}, \quad \frac{1}{r_0^2} - k_z^2 + k_\rho^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (12)$$

Второе уравнение (12) выполняется лишь для таких значений показателя степени, для которых справедливо неравенство $a < 1/2$. Отсюда находим уравнение для определения частоты

$$\frac{4\varepsilon^2 k_\rho^2}{k^2 (2l+1)^2} \left(k_z u_z + \frac{\omega}{c} \right)^2 - k_z^2 + k_\rho^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (13)$$

Следует заметить, что исходная метрика в пятимерном пространстве определяется метрическим тензором, который зависит только от параметров центрального тела, т.е. от заряда и массы протона, поэтому в первом слагаемом левой части уравнения (13) следует положить $\varepsilon/k = e^2/m_p c^2$.

Структура нейтрона

Среднее время жизни свободного нейтрона составляет около 885,7с. Нейтрон распадется на протон, электрон и антинейтрино по схеме (бета-распад):



Было установлено, что в ядрах протон может переходить в нейтрон по схеме обратного бета-распада



Другой возможный канал – это К-захват



Основные свойства нейтрона, установленные экспериментальным путем [10], приведены в таблице 2.

Таблица 2. Фундаментальные свойства элементарных частиц, принимающих участие в реакции (14) по данным [10]

Частица	Нейтрон n^0	Протон p^+	Электрон e^-	$\bar{\nu}_e$
Масса, MeV/c ²	939.565560(81)	938.272013(23)	0.510998910(13)	< 2.2 eV
Заряд, Кулон	0	$1.602176487(40) \times 10^{-19}$	$-1.602176487(40) \times 10^{-19}$	0
Магнитный момент в магнетонах (ядерных или Бора)	-1.9130427(5) μ_N	2.792847351(28) μ_N	-1.00115965218111 μ_B	$10^{-19} \mu_B$
Электрический дипольный момент	< 2.9×10^{-26} e.cm	< 5.4×10^{-24} e.cm	?	?

Первую теорию бета-распада предложил в 1933 Энрико Ферми. В последующем было предложено еще несколько теорий, включая теорию Фейнмана и Гелл-Манна /11/. В настоящее время, согласно существующей стандартной модели, реакция (35) идет с участием промежуточного векторного калибровочного W^- бозона /12/. В этой модели протон и нейтрон являются составными частицами, содержащими по 3 кварка. Однако разбить протоны на составные части так и не удалось, хотя считается, что адронные струи, наблюдаемые в экспериментах по соударению протонов при высокой энергии, представляют собой кварк-глюонную плазму /13/.

Было установлено, что распределение электрического заряда в нейтроне включает внешнюю отрицательно заряженную шубу, положительно заряженный внутренний слой и отрицательно заряженное ядро /14/.

Из схемы распада (35) и классических представлений о взаимодействии заряженных частиц, можно было бы предположить, что протон образует вместе с электроном подобие атома водорода, чем и объясняется наблюдаемая электромагнитная структура нейтрона /10/.

Однако известно, что состояния, описывающие атом водорода с большой энергией связи, соответствуют гидрино /15/. В этих состояниях масса атома водорода отличается от массы протона на малую величину $a m_e c^2$, что не согласуется с большой массой нейтрона, превосходящей суммарную массу протона и электрона на величину $(m_n - m_p - m_e) / m_e = 1,531015$.

Рассмотрим состояния пятимерного атома водорода, которые соответствуют параметрам нейтрона и протона из таблицы 2. В этом случае нет аналогичных решений, которые описывали бы нейтрон на основе релятивистских уравнений Дирака или Клейна-Гордона. Волновой вектор в пятом измерении можно определить из третьего уравнения (12), в результате находим

$$S = \frac{P^2 - E^2}{1 + b(Pu + E)^2}, k_\rho = \pm \frac{m_e c}{\hbar} \sqrt{S} \quad (17)$$

$$b = \frac{4\varepsilon^2}{\hbar^2 k^2} \frac{m_e^2 c^2}{(1 - 2a)^2}, P = \frac{\hbar k_z}{m_e c}, E = \frac{\hbar \omega}{m_e c^2}$$

Поверхность, которая задается первым уравнением (17), зависит от величины параметра взаимодействия, который, в свою очередь, зависит от типа взаимодействия. В общем случае можно положить $\varepsilon / k = e^2 / m_p c^2$, однако квадрат заряд может принимать три значения /4/, которые соответствуют электромагнитному, сильному и слабому взаимодействию соответственно – таблица 3.

Таблица 3. Параметр b для трех типов взаимодействия при $a=0$

Тип взаимодействия	Квадрат заряда	Параметр взаимодействия b
Электромагнитно е	$e^2 = \alpha \hbar c$	6.3179E-11
Сильное	$e_s^2 = e^2 (m_p / m_e)^{3/2}$	4.97091E-06
Слабое	$e_w^2 = e^2 (m_e / m_p)^{3/2}$	8.0299E-16

Как это следует из данных таблицы 3, влияние параметра взаимодействия на дисперсионное соотношение даже в случае сильного взаимодействия проявляется для энергий порядка 300 электронных масс. Существует, однако, такой особый случай, когда $a \rightarrow 1/2$. Тогда, как это следует из выражения (17), параметр взаимодействия может принимать любое значение. В этом особом случае все взаимодействия сравниваются между собой в том смысле, что всегда существует такое значение показателя степени $a \rightarrow 1/2$, что при любом типе взаимодействия имеем произведение параметров $Sb \approx 1$.

Поверхность $S = S(P, E)$ изображена на рис. 1 для значений параметров $b = 0,078051$; $u = u_z = -1$. Каждое сечение поверхности для положительных значений S позволяет определить линии дисперсионных соотношений $E = E(P, S)$. Отметим, что особый случай $a = 1/2$ был рассмотрен для уравнения Шредингера в работе /7/, а для уравнения (6) в работе /6/. Общее свойство этих состояний заключается в том, что электрон приближается к ядру на малое расстояние порядка классического радиуса электрона. Так, например, в модели /9/ имеем

$$r_0 / r_e = 0.4777778, \quad r_e = e^2 / m_e c^2, \quad L = 1.376791 \alpha \hbar \quad (18)$$

При таком сближении может образоваться нейтрон. Рассмотрим дисперсионное соотношение, характеризующее это состояние. Разрешая первое уравнение (17) относительно энергии, находим дисперсионное соотношение – рис. 2, которое позволяет определить минимальную энергию и импульс скалярного поля в особом состоянии, используя условия для восходящей части спектра:

$$E_m = (m_n - m_p) / m_e \approx 2.531015; \lim_{P \rightarrow \infty} E/P = 1$$

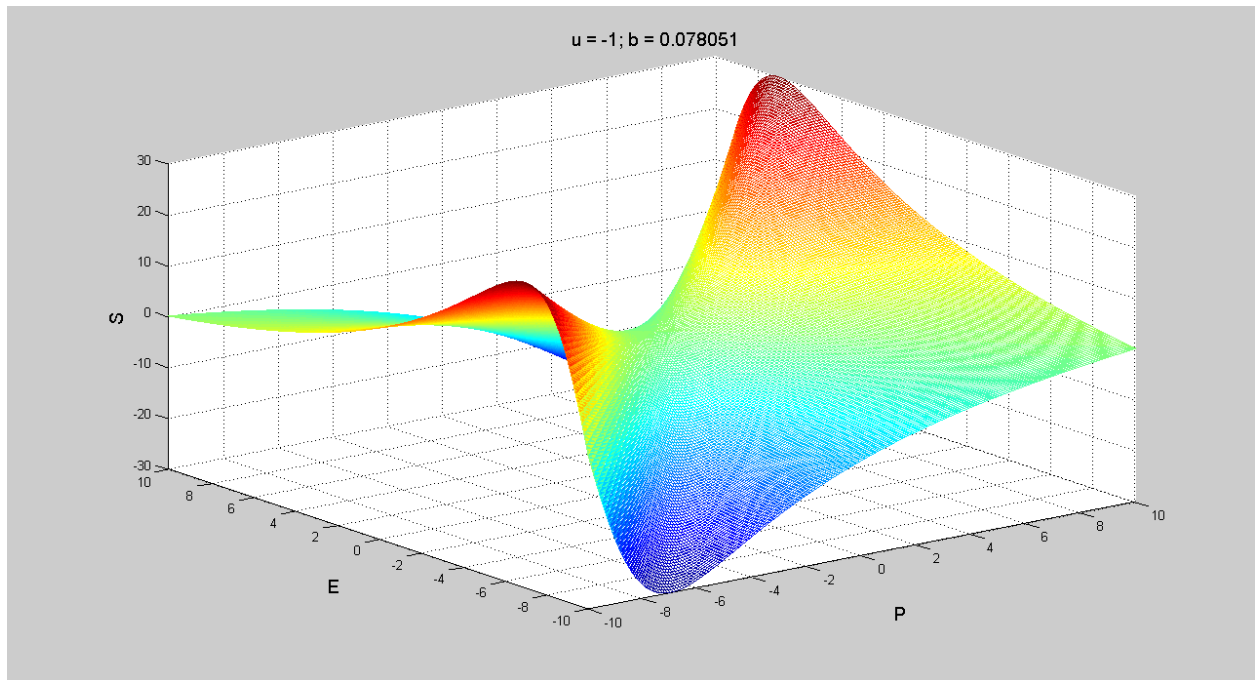


Рис. 1. Поверхность $S = S(P, E)$, характеризующая особые состояния атома водорода для значений параметров $b = 0,078051; u = u_z = -1$.

Эти условия позволяют определить численные значения других параметров. Действительно, положим в первом уравнении (17) $Sb = -u = 1$, с учетом этих равенств перепишем указанное уравнение в виде:

$$S + P^2 - 2PE + E^2 = P^2 - E^2$$

Разрешая это уравнение относительно E , находим

$$E = \frac{P}{2} \pm \sqrt{\frac{P^2}{4} - \frac{S}{2}}$$

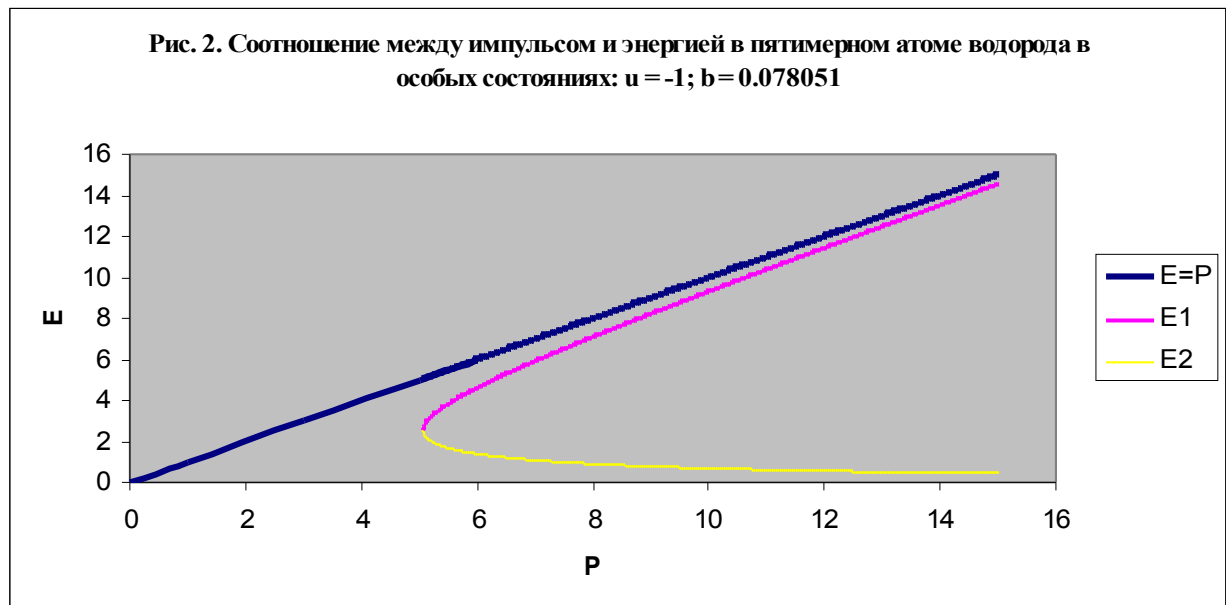
Отсюда, при условии $P^2 \gg S$, находим для возрастающей ветви решения $E = P - S/2P + \dots$. В пределе $P \rightarrow \infty$ из последнего выражения следует $E/P = 1$, что и требовалось доказать. Минимальное значение импульса определяется из условия $P_m^2 = 2S$, следовательно $P_m = 2E_m$. Отсюда находим параметры состояния

$$E_m = 2.531015; P_m = 5.06203; S = 12.81208; b = 0.078051 \quad (19)$$

Отметим, что дисперсионные кривые на рис. 2, описывающие особые состояния атома водорода, содержат восходящую и нисходящую ветвь, а также предельную границу спектра. Для возбуждения этих состояний необходимо сообщить минимальный импульс. Размер атома водорода в этом состоянии определяется комptonовской длиной волны электрона:

$$r_0 / \lambda_e = 1 / E \approx 0,395098, \quad \lambda_e = \hbar / m_e c \quad (20)$$

Как известно, состояния атома водорода, имеющие характерный размер (20), ассоциируются с гидрино /5-8,15-17/. Впервые эти состояния были получены в работе Зоммерфельда в 1923 году как решение уравнения Клейна-Гордона для релятивистского атома водорода. Отметим, что решение Зоммерфельда может быть получено на основе уравнения (6) при условии $\lambda = 1 + g_1^2; \mathbf{g} = 0$, т.е. в отсутствии магнитного взаимодействия. В настоящее время имеется не только теория, но и множество экспериментов, подтверждающих гипотезу о существовании особых состояний атома водорода - гидрино /17/. Полученное выше решение является обобщением известных результатов /15-16/ на случай наличия магнитного взаимодействия, обусловленного специальной метрикой в пятимерном пространстве /4,18/.



Можно заметить, что дисперсионное соотношение, получающееся путем сечения поверхности $S = S(P, E)$, представленной на рис. 1, инвариантно относительно выбора масштаба. Поэтому, выбирая в качестве масштаба классический радиус электрона, получим

$$r_0 / r_e = 1 / E \approx 0,395098, \quad r_e = e^2 / m_e c^2 \quad (21)$$

Это результат согласуется с данными (18), но окончательный выбор масштаба в модели нейтрона связан с определением магнитного момента /9/. Таким образом, мы показали, что существуют особые состояния атома водорода, которые описывают частицы с массой и размером нейтрона. Эти состояния возникают при взаимодействии протонов с безмассовым скалярным полем.

Структура атомного ядра

Можно предположить, что если совокупность протонов взаимодействует со скалярным полем, то они могут образовать атом, состоящий из электронной оболочки и ядра с электрическим зарядом eZ , числом нуклонов $A = Z + N$ и дефектом масс $\Delta M = m_p Z + m_n N - E_b / c^2$, где E_b - энергия связи нуклонов в ядре.

На рис. 3 представлена зависимость избыточной массы ядра, $ME = M - A$, полученная путем обработки данных /19/ для 3178 нуклидов. Отметим, что избыточная масса выражает энергию связи в единицах энергии связи нуклонов в ядре изотопа углерода ^{12}C , для которого $ME = M - 12 = 0$ точно – синяя поверхность на рис. 3. Используя параметр избыточной массы можно выразить энергию связи в виде

$$\begin{aligned} E_b &= Z(m_e + m_p) + Nm_n - (ME + A \cdot m_u), \\ m_u &= m(^{12}\text{C})/12 \approx 931.494028 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (22)$$

Здесь во втором уравнении дано определение атомной единицы массы, которое используется для табуляции данных в ядерной физике и химии.

Из данных приведенных на рис. 3 следует, что избыточная масса образует над плоскостью (A, Z) подобие ковчега, на дне которого находятся элементы от циркония до неодима, названия которых приведены в вертикальном столбце. Из этой фигуры видно, что выигрыш энергии получается при таком изменении заряда и числа нуклонов, при котором ядра элементов оказываются на дне ковчега.

Традиционно считается, что энергия взаимодействия нуклонов в ядре зависит от числа нуклонов, электрического заряда и разности между числом нейтронов и протонов по формуле /20/

$$E_b = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 Z(Z-1)A^{-1/3} - a_4 (N-Z)^2 A^{-1} + a_5 A^{-3/4} \quad (23)$$

$$a_1 = 14; a_2 = 13; a_3 = 0.585; a_4 = 19.3; a_5 = 33\delta(A, N, Z).$$

Здесь даны современные значения коэффициентов, полученные на основе обработки данных /19/. Все коэффициенты имеют размерность МэВ. В последнем выражении функция $\delta(A, N, Z)$ задана в виде:

$$\delta = 1 \text{ для четных } Z, N;$$

$$\delta = -1 \text{ для нечетных } Z, N;$$

$$\delta = 0 \text{ во всех остальных случаях.}$$

Выражение (23) является простой полуэмпирической формулой, составленной из общих физических соображений. Реально это выражение неплохо описывает сложную эмпирическую зависимость энергии связи от величины заряда и массового номера - рис. 4.

Используя развитую выше модель взаимодействия протонов со скалярным полем, можно исключить из описания структуры ядра нейтроны, рассматривая их как особые состояния атома водорода. Тогда ядро атома по своей структуре будет идентично самому атому, что позволяет обосновать модель ядерных оболочек /1-3/.

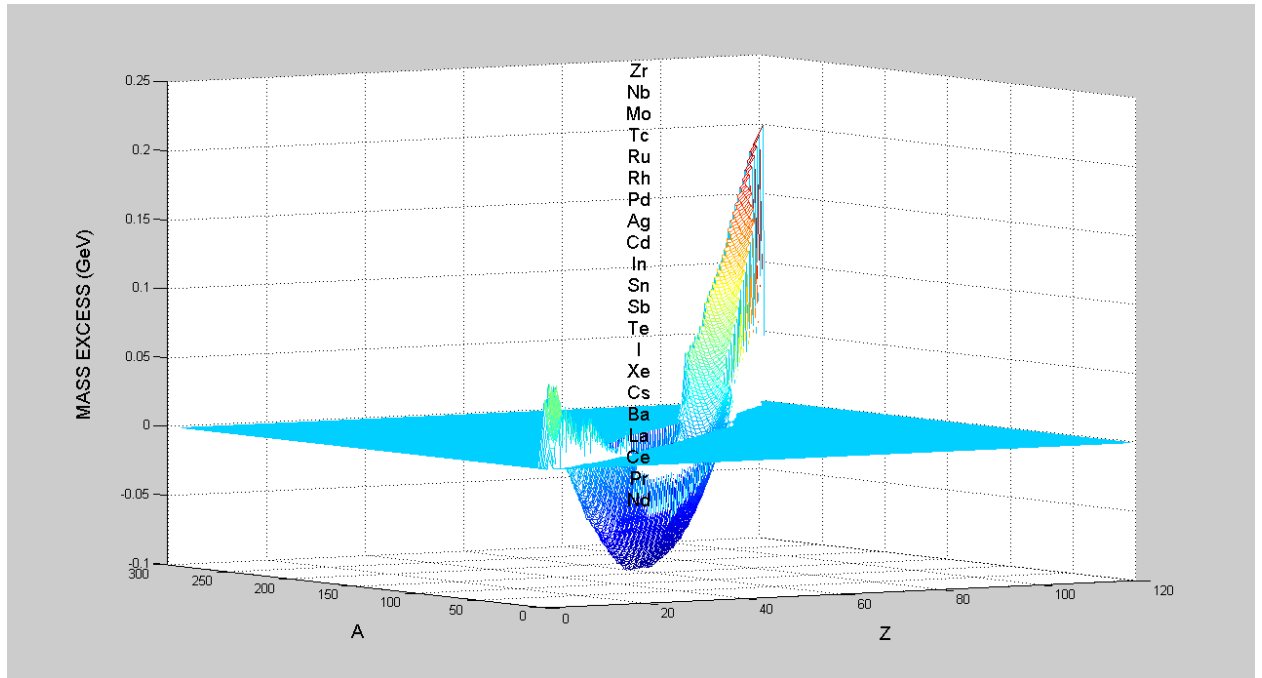


Рис. 3. Избыточная масса в зависимости от заряда и числа нуклонов ядра по данным /19/.

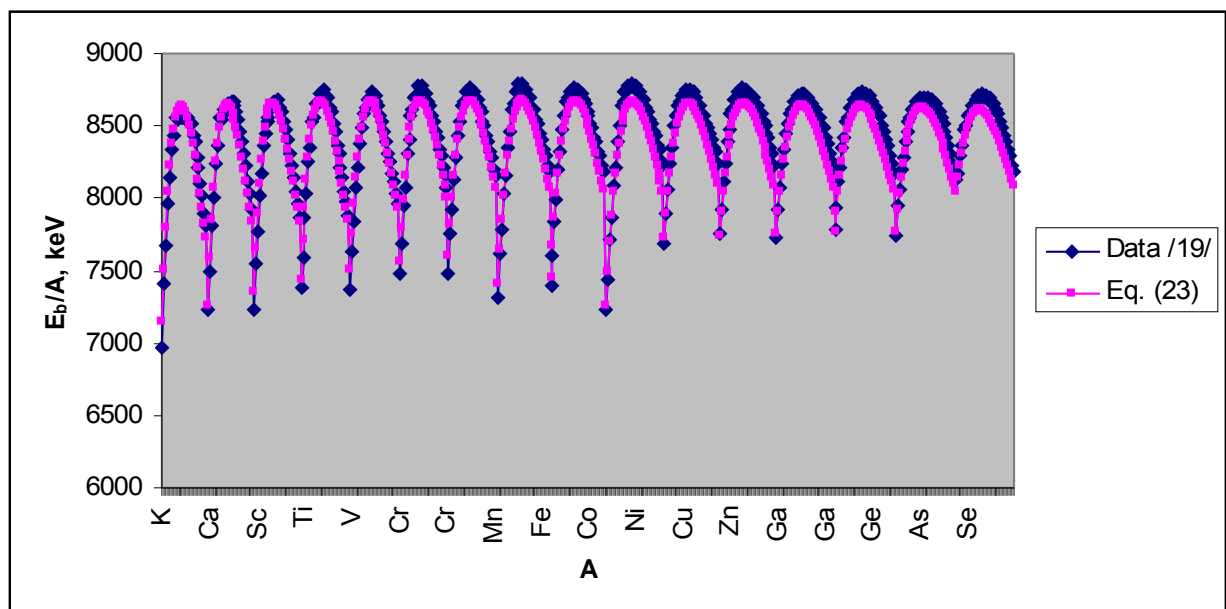


Рис. 4. Эмпирическая зависимость энергии связи от числа нуклонов в ядре, вычисленная по уравнению (23) и по данным /19/ для ряда элементов.

Таким образом, предположим, что атом состоит из A протонов, взаимодействующих со скалярным полем, которое экранирует N протонов в соответствии с выражением (10), создавая ядро. Остальные Z протонов формируют электронную оболочку атома. Составим выражение для энергии связи протонов в такой модели, имеем

$$E_{bp} = A(m_p + m_e) - (ME + Am_u) \quad (24)$$

Отметим, что в ядерной физике широко используется верхняя оценка энергии связи, которая получается из уравнения (24) путем замены суммарной массы протона и электрона на массу нейтрона, т.е.

$$E_{bn} = Am_n - (ME + Am_u) \quad (25)$$

Задача заключается в том, чтобы получить выражение энергии связи протонов из общих теоретических моделей, развитых в наших работах /4-8/ и других. Для нахождения этого выражения заметим, что параметр E в уравнении (17) может принимать как вещественные, так и комплексные значения, которые соответствуют состояниям с конечным временем жизни. Разрешая первое уравнение (17) относительно энергии, находим

$$E = \frac{-SbPu \pm i\sqrt{-(SbPu)^2 + (Sb+1)(S-P^2+SbP^2u^2)}}{(Sb+1)} \quad (26)$$

Учитывая, что для большинства нуклидов время распада является достаточно большой величиной, можно предположить, что мнимая часть числа в правой части уравнения (26) является малой величиной, что соответствует малой величине подкоренного выражения. Отсюда находим, что для этих состояний справедливо следующее соотношение между параметрами

$$P^2 \approx \frac{S(Sb+1)}{1+Sb(1-u^2)} \quad (27)$$

Подставляя выражение импульса в уравнение (26), находим

$$E = \frac{S^{3/2}bu}{\sqrt{(Sb+1)(1+Sb(1-u^2))}} \quad (28)$$

Таким образом, мы установили связь энергии состояния с параметрами магнитного взаимодействия в особых состояниях, которые характеризуются конечным временем жизни (радиоактивные ядра). Интересно, что эти состояния зависят от магнитного заряда, который фигурирует в уравнениях (3)-(4). Поскольку, согласно нашей гипотезе, ядро состоит из протонов, имеем для параметра метрики простое соотношение

$$\frac{\varepsilon}{k} = \frac{A^2 e^2}{A m_p c^2} = \frac{A e^2}{m_p c^2}$$

Отсюда находим зависимость энергии от числа нуклонов

$$E / A = \frac{S^{3/2} b_0 A u}{\sqrt{(S b_0 A^2 + 1)(1 + S b_0 A^2 (1 - u^2))}} \quad (29)$$

Здесь обозначено $b_0 = (2\alpha m_e / m_p (1 - 2a))^2$. Для наилучшего согласования выражения (29) с данными /19/ положим $\sqrt{S} = 293$; $S b_0 = 0.003$; $u = 0.9986$ - см. рис. 5.

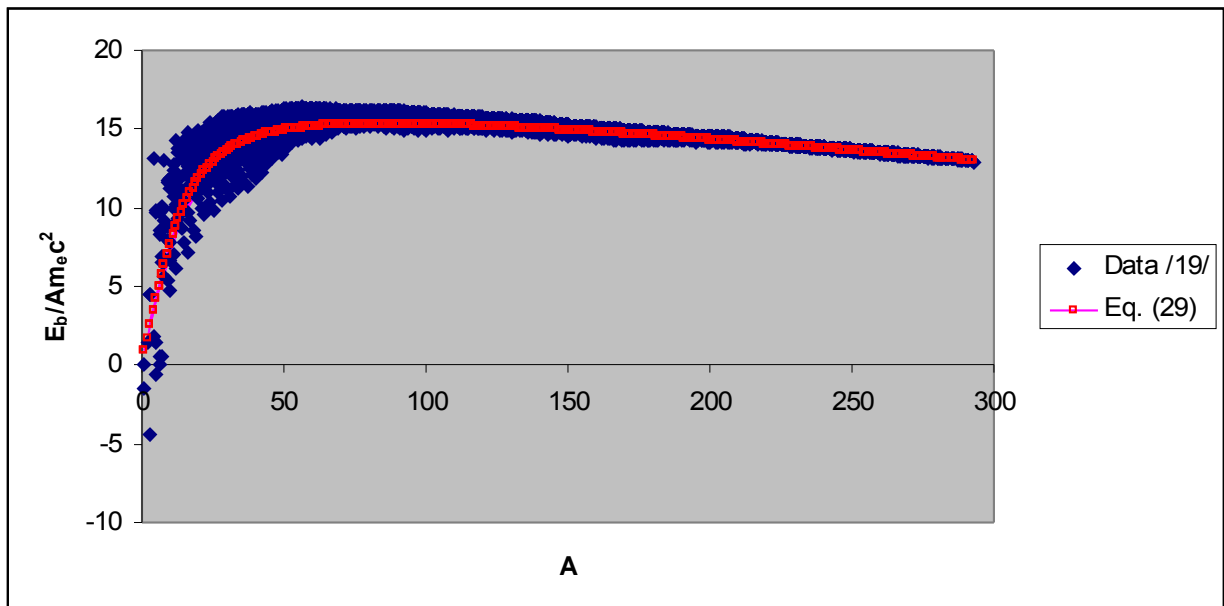


Рис. 5. Зависимость энергии связи от числа нуклонов по данным /19/ и вычисленная по уравнению (29) для $\sqrt{S} = 293$; $S b_0 = 0.003$; $u = 0.9986$.

Уравнение (29) позволяет приближенно описать зависимость энергии связи от числа нуклонов для ядер всех элементов. Для легких ядер наблюдается значительное расхождение с опытом, как и в случае расчетов по формуле Вайцзекера (23). Это обусловлено, видимо, тем, что структура легких ядер в большей степени зависит от деталей взаимодействия. В частности, параметры S, b_0, u являются постоянными только для всей совокупности нуклидов.

В этой связи заметим, что в теории Румера /4, 21/ действие в пятимерном пространстве представляется в виде $\Sigma_5 = m c x^5 + \Sigma(x^1, x^2, x^3, x^4)$. Следовательно, волновой

вектор в пятом измерении соответствует массе, а нормированный вектор - числу элементарных масс. Вычисленное значение параметра $\sqrt{S} = 293$ для кривой на рис. 5, видимо, соответствует элементу с максимальным атомным номером ^{293}Ei по данным /19/.

Среднее значение магнитного заряда $u = 0.9986$ свидетельствует о высокой степени корреляции движения нуклонов в ядре. Полученное значение параметра взаимодействия $b_0 = (2\alpha m_e / m_p (1 - 2a))^2 \approx 3.5 \cdot 10^{-8}$ позволяет определить среднее значение момента $\pm l = a \approx 0.478744$. Дальнейшее уточнение модели может быть связано, с одной стороны, с использованием точного выражения (26), а с другой стороны, с использованием гипотез о поведении параметров взаимодействия. В частности, необходимо учесть влияние электромагнитного взаимодействия и различие между протонами и нейтронами, т.е. зависимость энергии от заряда ядра Z .

Возбужденные состояния

Рассмотрим решения уравнение (8) в том случае, когда можно пренебречь влиянием гравитации, $\lambda_1 \approx -\lambda_2 \approx 1$, но $\lambda = 1 + g_1^2(1 - u^2) \neq 1$. При этих условиях уравнение (8) приводится к виду

$$-\frac{\omega^2}{c^2}\psi - \left(\psi_{rr} + \frac{1}{r}\psi_r - \frac{l^2}{r^2}\psi - k_z^2\psi \right) - \lambda k_\rho^2\psi + 2g^1 c^{-1} \omega k_\rho\psi - 2g^z k_z k_\rho\psi = 0 \quad (30)$$

В общем случае решение уравнения (30) можно представить в форме степенного ряда, как в аналогичной задаче о возбужденных состояниях релятивистского атома водорода [15-16]

$$\psi = \frac{\exp(-\tilde{r})}{\tilde{r}^a} \sum_{j=0}^n c_j \tilde{r}^j \quad (31)$$

Здесь обозначено $\tilde{r} = r / r_n$. Подставляя выражение (31) в уравнение (30), находим

$$\begin{aligned} & (a^2 - l^2 + \kappa_u) \sum_{j=0}^n c_j \tilde{r}^{j-2} + (2a - 1 + \kappa_g r_n) \sum_{j=0}^n c_j \tilde{r}^{j-1} + \\ & (1 - k_z^2 r_n^2 + K^2 r_n^2) \sum_{j=0}^n c_j \tilde{r}^j - \sum_{j=0}^n j c_j \tilde{r}^{j-1} - 2a \sum_{j=0}^n j c_j \tilde{r}^{j-2} + \\ & \sum_{j=0}^n c_j j(j-1) \tilde{r}^{j-2} = 0 \end{aligned}$$

Здесь обозначено $\kappa_u = (1 - u^2)k_\rho^2 \varepsilon^2 / k^2$. Отсюда, приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях $\tilde{r} = r / r_n$, получим уравнения, связывающие параметры модели в случае возбужденных состояний

$$a = \sqrt{l^2 - \kappa_u}, \quad r_n = \frac{n + 1 - 2a}{k_g}, \quad \frac{1}{r_n^2} - k_z^2 + k_\rho^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (32)$$

Отметим, что уравнения (32) внешне не отличаются от исследованных выше уравнений (12). В частности, справедливы выражения (26)-(29), в которых следует положить

$$Sb = SA^2 b_{nl} = \frac{4SA^2 (\alpha m_e / m_p)^2}{\left(n + 1 - 2\sqrt{l^2 - (1 - u^2)SA^2 (\alpha m_e / m_p)^2} \right)^2} \quad (33)$$

Отметим, что при условии $n + 1 - 2|l| = 0$ все возбужденные состояния имеют общий резонансный уровень, на котором параметр взаимодействия (33) принимает значение

$$Sb \approx \frac{2(n + 1)}{(1 - u^2)^2 SA^2 (\alpha m_e / m_p)^2} \gg 1 \quad (34)$$

Упростим выражения (26) и (29), учитывая (34), в результате находим

$$E \approx \frac{S^{1/2}u}{\sqrt{1 - u^2}}, \quad P^2 \approx \frac{S}{1 - u^2} \quad (35)$$

Используя средние значения параметров, вычисленные по данным на рис. 5, находим, что в состоянии (35) полная энергия связи составляет около 3345,4 МэВ. При этом между импульсом и энергией выполняются следующие соотношения

$$E = -uP, \quad P^2 - E^2 = S \quad (36)$$

Сравним полученную величину энергии связи с кинетической энергией нуклонов в ядре, рассматривая нейтроны и протоны как смесь газов Ферми двух сортов /20/

$$U_i = c_i \frac{N^{5/3} + Z^{5/3}}{A^{2/3}} \quad (37)$$

Коэффициент в этом уравнении должен быть согласован с формулой Вайцекера (23), в которой кинетическая энергия нуклонов описывается четвертым слагаемым. Обычно согласование достигается путем разложения выражения (37) по степеням малого параметра $D = (N - Z) / A$. Отсюда находим $a_4 = 2^{-2/3} 5c_i / 9$, и, следовательно, $c_i \approx 55.15 \text{ MeV}$.

В таблице 4 представлены нуклиды, у которых кинетическая энергия нуклонов, вычисленная по формуле (37), на 1% отличается от средней энергии резонансного состояния (35). Сравнивая данные таблицы 4 с данными на рис. 3, находим, что нуклиды, обладающие кинетической энергией, сравнимой с энергией резонансных состояний соответствуют элементам с минимальной величиной избыточной массы, которые собраны на дне «ковчега».

Таблица 4. Нуклиды, у которых кинетическая энергия нуклонов отличается на 1% от средней энергии резонансных состояний 3345,4 МэВ.

A	N	Z	EL	U_t , MeV	E_{bp} , MeV	E_b , MeV
97	62	35	Br	3515,253	741,6834	790,162
97	61	36	Kr	3494,447	754,9474	802,675
98	62	36	Kr	3538,004	759,1163	807,618
98	61	37	Rb	3518,213	768,542	816,2639
98	60	38	Sr	3500,019	780,966	827,9056
99	61	38	Sr	3542,597	783,795	831,5169
99	60	39	Y	3525,378	791,8102	838,7498
99	59	40	Zr	3509,734	799,3778	845,535
99	58	41	Nb	3495,662	803,9363	849,3111
100	60	40	Zr	3551,316	805,5026	852,4422
100	59	41	Nb	3536,608	808,8376	854,9948
100	58	42	Mo	3523,455	815,0826	860,4575
100	57	43	Tc	3511,856	814,9145	859,507
100	56	44	Ru	3501,807	818,1173	861,9274
100	55	45	Rh	3493,307	814,4825	857,5103
101	58	43	Tc	3551,77	822,5231	867,8979
101	57	44	Ru	3541,054	824,137	868,7295
101	56	45	Rh	3531,872	823,5953	867,4055
101	55	46	Pd	3524,223	821,6153	864,6431
101	54	47	Ag	3518,105	817,4115	859,657
101	53	48	Cd	3513,518	811,9349	853,3981
101	52	49	In	3510,46	804,8013	845,471
101	51	50	Sn	3508,931	795,7473	835,674
102	55	47	Ag	3555,593	825,7412	868,769
102	54	48	Cd	3550,293	823,1542	865,3996
102	53	49	In	3546,508	814,1858	855,6488
102	52	50	Sn	3544,237	808,4058	849,0865

При анализе данных таблицы 4 возникает вопрос, каким образом небольшая по величине энергия связи нуклонов может удерживать их вместе при столь их значительной кинетической энергии? Обычно этот вопрос игнорируется, поскольку при выводе полуэмпирического уравнения (23) учитывается не вся кинетическая энергия, а только часть, зависящая от параметра $D = (N - Z) / A$. Настоящая теория позволяет ответить на этот вопрос. Действительно, энергию резонансного состояния (35) можно рассматривать не только как константу, которая характеризует всю совокупность нуклидов, но и как

параметр, который можно выбрать для компенсации избыточной кинетической энергии нуклонов для каждого отдельного нуклида.

Наконец, рассмотрим случай взаимодействия электрического заряда ядра со скалярным полем при отсутствии магнитного взаимодействия. Полагая в уравнении (26) $u = 0$, находим

$$E = \pm \sqrt{\frac{P^2 - S}{1 + Sb}}, Sb = \frac{4SA^2(\alpha m_e / m_p)^2}{(n + 1 - 2\sqrt{l^2 - SA^2(\alpha m_e / m_p)^2})^2} \quad (38)$$

При условии $n + 1 - 2|l| = 0$ возбужденные состояния (38) имеют резонансный уровень, на котором параметр взаимодействия становится большим по величине,

$$Sb \approx \frac{2(n + 1)m_p^2}{SA^2\alpha^2 m_e^2} \gg 1 \quad (39)$$

В этом случае выражение энергии приводится к виду

$$E_n \approx \pm A \frac{\alpha m_e}{m_p} \sqrt{\frac{S(P^2 - S)}{2(1 + n)}} \quad (40)$$

Выражение (40) имеет экстремум при условии $S = P^2 / 2$, откуда находим экстремальное значение энергии

$$E_n \approx \pm \frac{A\alpha m_e}{m_p} \frac{P^2}{2} \sqrt{\frac{1}{2(1 + n)}} = \pm \frac{AS\alpha m_e}{m_p} \sqrt{\frac{2}{1 + n}} \quad (40)$$

Для типичного значения $S = 293^2$, которое было найдено по данным на рис. 5, имеем для основного уровня оценку $E_0 / A = 0,246562 \text{ MeV}$, что, очевидно, соответствует состояниям гидрино /7, 15-16/.

Следовательно, в отсутствии магнитного взаимодействия одно только взаимодействие электрических зарядов протонов со скалярным полем не может создать энергию связи достаточную для формирования ядер.

Четырехуровневая модель атома

В этой модели атом состоит из четырех оболочек – нуклонной, нейтронной, протонной и электронной, каждая из которых, в свою очередь, состоит из оболочек, описывающих возбужденные состояния. Рассмотрим последовательно эти оболочки и их вклад в энергию связи.

1. **Нуклонная оболочка** характеризуется тем, что все электрические и магнитные заряды нуклонов в ней полностью экранированы. В этом случае энергия состояния и параметр взаимодействия описываются уравнениями (29) и (33)

$$E = \frac{-SbPu \pm i\sqrt{(Sb+1)(S-P^2) + SbP^2u^2}}{(Sb+1)} \quad (41)$$

$$Sb = Sb_{nl}^A = \frac{4SA^2(\alpha m_e / m_p)^2}{\left(n+1 - 2\sqrt{l^2 - (1-u^2)SA^2(\alpha m_e / m_p)^2}\right)^2}$$

Роль нуклонной оболочки в формировании атомного ядра определена выше. Благодаря энергии связи резонансных состояний с $n+1 - 2|l| = 0$, которая, согласно (35), не зависит от числа нуклонов и составляет 3345,4 МэВ, обеспечивается существование ядер элементов в широком диапазоне изменения числа нуклонов. Средняя же энергия связи (29), представленная на рис. 5, отвечает за существование всего множества нуклидов. Однако нуклонная оболочка является полностью нейтральной, т.е. не образует атомную оболочку, а, с другой стороны, область ее существования определяется уравнением (27). В общем случае, запишем условие устойчивости нуклонной оболочки в виде неравенства

$$P^2 \geq \frac{S(Sb+1)}{1+Sb(1-u^2)} \quad (42)$$

Рост импульса выше уровня, задаваемого нижней границей неравенства приводит в первом приближении к росту энергии связи, что позволяет описать состояния стабильных нуклидов, лежащие выше и ниже кривой на рис. 5 (эти состояния соответствуют знакам плюс и минус в уравнении (29)). Для этого необходимо сформулировать модель, описывающую зависимость импульса от числа нуклонов. В настоящей работе мы используем только нижнюю границу неравенства (42).

2. Нейтронная оболочка характеризуется тем, что все электрические и магнитные заряды в ней полностью экранированы. Энергия состояния и параметр взаимодействия описываются уравнениями (41), в которых положим

$$Sb = Sb_{nl}^N = \frac{4S(A-Z)^2(\alpha m_e / m_p)^2}{\left(n+1 - 2\sqrt{l^2 - (1-u^2)S(A-Z)^2(\alpha m_e / m_p)^2}\right)^2} \quad (42)$$

Энергия основного состояния нейтронной оболочки определяется уравнением (29), в котором параметр взаимодействия вычисляется согласно (42), в результате находим

$$E_N / A = \frac{S^{3/2}b_0u(A-Z)^2 / A}{\sqrt{(Sb_0(A-Z)^2 + 1)(1+Sb_0(1-u^2)(A-Z)^2)}} \quad (43)$$

Параметры нейтронной оболочки не совпадают с параметрами нуклонной оболочки, но варьируются для каждого элемента – таблица 5. Для исследованных

элементов средний параметр взаимодействия составляет 0,0082, что в 2,7 раза больше, чем среднее значение 0,003, определенное для всей совокупности нуклидов. Среднее значение магнитного заряда в нейтронной оболочке ниже, чем у всей совокупности нуклидов, но монотонно повышается с ростом заряда ядра. Так, у платины, золота, ртути и свинца этот параметр уже превышает 0,996. Масштаб энергии, определенный для всей совокупности нуклидов, составляет $S^{3/2}b_0u = 0.878$, тогда, как для нейтронной оболочки этот масштаб слабо изменяется вокруг среднего значения 5,55.

Таблица 5. Параметры уравнения (43), вычисленные для изотопов ряда элементов.

EL	Sb ₀	u	S ^{3/2} b ₀ u	Z
K	0,008	0,74	5,9	19
Ca	0,008	0,788	5,4	20
Sc	0,0075	0,8	5,57	21
Ti	0,0075	0,83	5,45	22
V	0,0075	0,86	5,46	23
Cr	0,00767	0,88	5,7	24
Mn	0,0079	0,9	6,04	25
Fe	0,00785	0,91	6,01	26
Co	0,00777	0,92	5,71	27
Ni	0,00779	0,93	5,56	28
Cu	0,00786	0,938	5,79	29
Zn	0,00797	0,945	5,55	30
Ga	0,00799	0,951	5,67	31
Ge	0,00797	0,955	5,5	32
As	0,00797	0,959	5,62	33
Se	0,00798	0,962	5,67	34
Pt	0,00955	0,9966	5	78
Au	0,00964	0,9968	5,69	79
Hg	0,00965	0,99695	5,07	80
Pb	0,0096	0,9972	4,73	82

Используя вместе выражения (29) и (43) можно довольно точно описать энергию связи изотопов каждого элемента - рис. 6. Относительная погрешность расчетной модели (29) и (43) для платины и золота составляет менее 0,1% - рис. 7, для никеля - менее 1,1% и менее 1% для большинства других элементов. Расчетная модель строится следующим образом. Предположим, что на основе уравнения (29) удалось достаточно точно определить энергию связи одного из изотопов данного элемента. Без ограничения общности можно считать, что это изотоп, содержащий минимальное число нейтронов. Тогда энергия связи всех других изотопов данного элемента определяется согласно

$$\frac{E(N, Z)}{A} = \frac{E(N_{\min}, Z)}{Z + N_{\min}} + \frac{E_N(N, Z)}{Z + N} - \frac{E_N(N_{\min}, Z)}{Z + N_{\min}} \quad (44)$$

Здесь первое слагаемое в правой части (44) определяется по уравнению (29), а второе и третье – по уравнению (43).

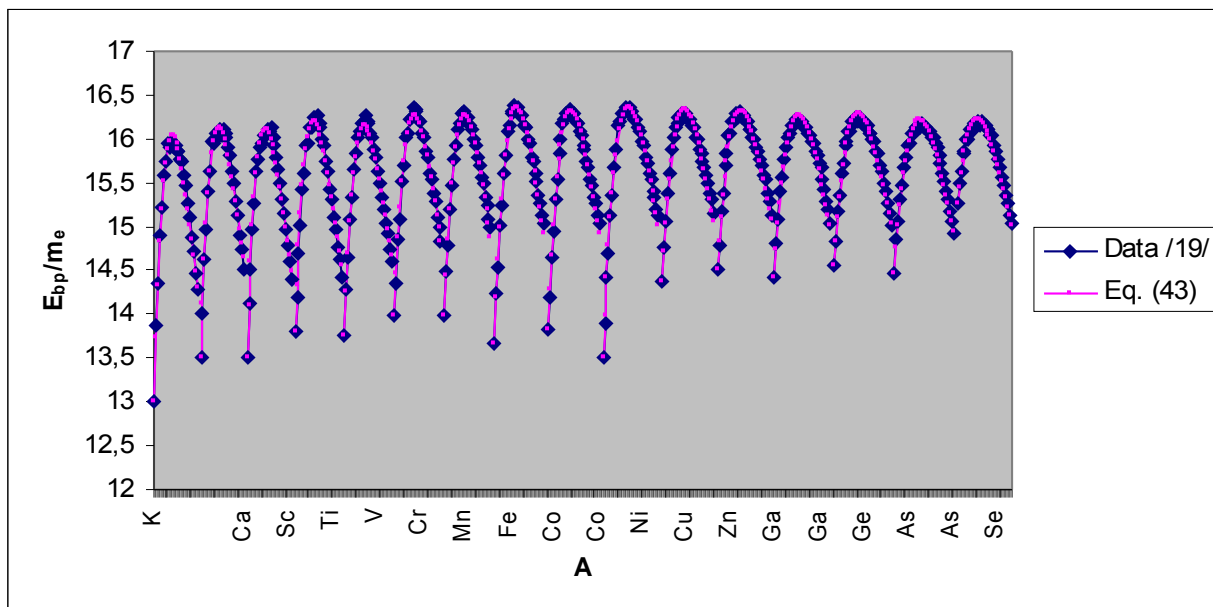


Рис. 6. Зависимость энергии связи от числа нуклонов, вычисленная по уравнению (43) и по данным /19/ для изотопов химических элементов, перечисленных в таблице 5.

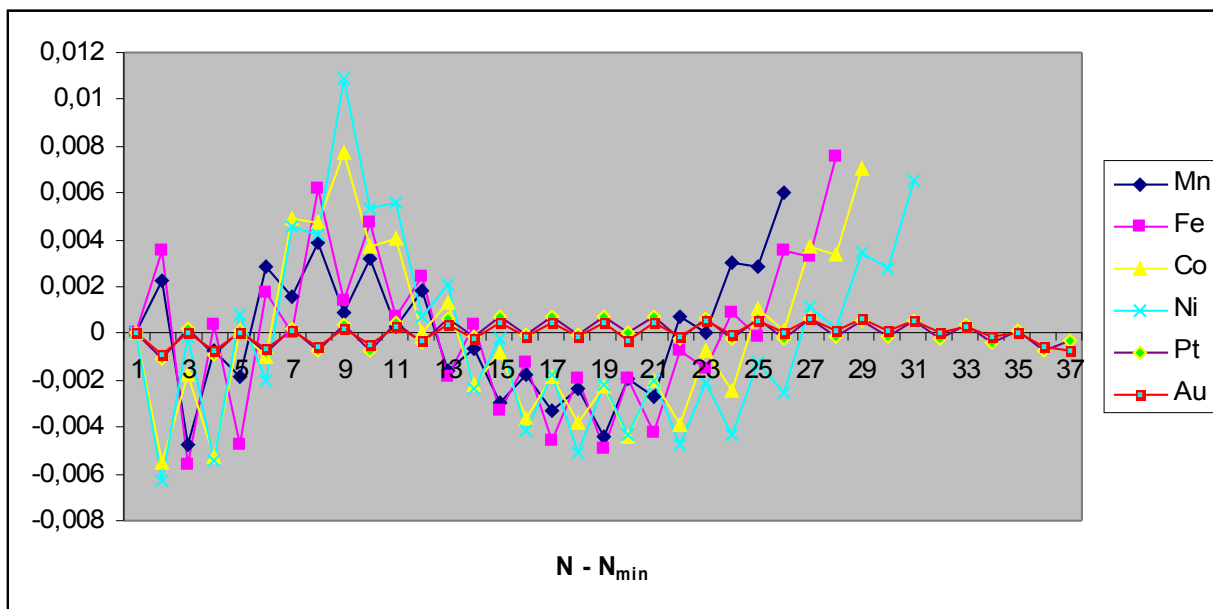


Рис. 7. Относительная погрешность расчетной модели (29) и (43) для нуклидов некоторых элементов (нумерация начинается с нуклида с минимальным числом нейтронов).

Заметим, что данные на рис. 7 содержат регулярные колебания, возникающие при добавлении каждого следующего нейтрона, а также крупномасштабные колебания, возникающие при добавлении 5-10 нейтронов, что, видимо, обусловлено структурой нейтронной оболочки. Эти колебания не учитываются в приведенной выше модели. Можно показать, что последнее слагаемое в правой части выражения (23) частично описывает указанный эффект, который объясняется принципом Паули для нейтронов и протонов /20, 22/.

3. **Протонная оболочка**, характеризуется тем, что все магнитные заряды протонов экранированы, но электрические заряды взаимодействуют с электронной оболочкой. Энергия состояния и параметр взаимодействия описываются уравнениями (41), в которых положим

$$Sb = Sb_{nl}^Z = \frac{4S(A - N)^2 (\alpha m_e / m_p)^2}{\left(n + 1 - 2\sqrt{l^2 - (1 - u^2)S(A - N)^2 (\alpha m_e / m_p)^2} \right)^2} \quad (45)$$

Энергия основного состояния нейтронной оболочки определяется уравнением (29), в котором параметр взаимодействия вычисляется согласно (42), в результате находим

$$E_z / A = \frac{S^{3/2} b_0 u (A - N)^2 / A}{\sqrt{(Sb_0 (A - N)^2 + 1)(1 + Sb_0 (1 - u^2)(A - N)^2)}} \quad (46)$$

Используя совместно уравнения (29) и (46) можно довольно точно определить энергию связи нуклидов с заданным числом нейтронов (так называемые изотоны) – см. рис. 8. Расчетная модель в этом случае строится аналогично (44).

4. **Электронная оболочка** характеризуется тем, что она образована скалярным полем, взаимодействующим с зарядом ядра. В этом случае энергия состояний и параметр взаимодействия определяются уравнениями (38), в которых положим

$$E = -\sqrt{\frac{P^2 - S}{1 + Sb}}, Sb = \frac{4S(Z^2 \alpha m_e / Am_p)^2}{\left(n + 1 - 2\sqrt{l^2 - S(Z^2 \alpha m_e / Am_p)^2} \right)^2} \quad (47)$$

Электронная оболочка играет большую роль в процессах ядерных переходов, связанных с захватом электронов. Эту реакцию можно записать в виде /20/



В данной модели реакции типа (48) можно рассматривать как переход с уровня энергии, задаваемого уравнением (47), на уровень энергии, задаваемый уравнениями (41)-(43). Однако подробное рассмотрение этих реакций выходит за рамки настоящей работы.

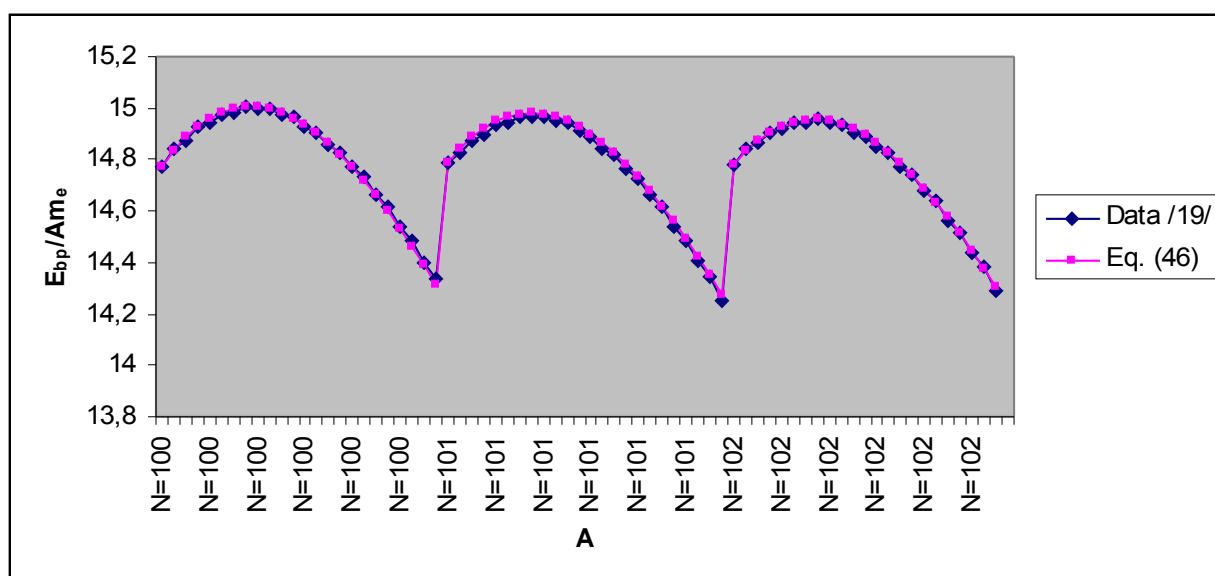


Рис. 8. Зависимость энергии связи от числа нуклонов, вычисленная по уравнению (46) и по данным /19/ для изотон с $N=100;101;102$.

Таким образом, мы показали, что гипотеза о существовании трех ядерных оболочек, состоящих из нуклонов, нейтронов и протонов соответственно, позволяет смоделировать зависимость энергии связи от числа нуклонов. Недостатком развитой модели по сравнению с полуэмпирической моделью (23) является то, что параметры модели определяются не для всей совокупности нуклидов сразу, а для совокупности нуклидов каждого элемента отдельно (или для изотон). Преимуществом здесь является ясный физический смысл параметров, входящих в модель. Отметим, что при выводе уравнений модели мы не использовали никаких гипотез о форме ядра и его размерах, и о статистическом распределении нейтронов или протонов. Для вычисления энергии связи с указанной выше точностью достаточно знать, что существуют ядерные оболочки, содержащие только нейтроны или протоны. Этот факт имеет многочисленные экспериментальные подтверждения, положенные в основу известной модели ядерных оболочек /1-2/.

В этой связи рассмотрим известные представления о природе ядерных сил /20, 22/, основными свойствами которых считаются:

- 1) малый радиус действия;
- 2) независимость от электрического заряда;
- 3) зависимость от ориентации спинов нуклонов;
- 4) нецентральный характер взаимодействия;
- 5) наличие отталкивания при малых расстояниях.

Сравним эти представления с развитой выше моделью, в которой предполагается полное экранирование магнитных зарядов протонов и нейтронов. В результате этого экранирования волновая функция в общем случае имеет вид (31), т.е. ядерные силы убывают экспоненциально. В частном случае нуклонной оболочки в основном состоянии получим из (31)

$$\psi^2 = \frac{\exp(-2\tilde{r})}{\tilde{r}^{2a}} \quad (49)$$

Отсюда следует, что ядерные силы действительно являются короткодействующими и что остаточное действие ядерных сил описывается потенциалом Hideki Yukawa [20, 22], который предложил в 1935 году выражение типа (49). Он предполагал, что $2a = 1$, тогда как в настоящей модели с учетом вычисленного значения $a \approx 0.478744$, находим, что для всей совокупности известных нуклидов $2a \approx 0.96$.

Второе свойство ядерных сил означает, что парное взаимодействие протон-протон, нейтрон-протон и нейтрон-нейтрон является одинаковым, т.е. не зависит от электрического заряда. В настоящей модели это свойство описывается уравнением (29), в котором энергия связи зависит только от числа нуклонов.

Третье свойство ядерных сил фактически означает, что вектор спина связан с вектором магнитного заряда. Это свойство отражается на величине энергии связи. Например, известно, что в системе, состоящей только из двух нуклонов, существует состояние, в котором спины нейтрона и протона параллельны (дейтон), но не существует состояния, в котором спины являются антипараллельными. С точки зрения данной модели это означает, что средняя величина проекции магнитного заряда на выделенное направление близка к единице. Действительно, для всей совокупности нуклидов эта величина составляет приблизительно 0,999 – см. рис. 5.

Четвертое свойство означает, в любой системе взаимодействующих нуклонов действующие силы зависят не только от расстояния, но и от некоторого направления. В настоящей модели это свойство описывается векторным потенциалом (2)-(3), который зависит не только от расстояния, но и от направления вектора магнитного заряда.

Пятое свойство означает, что силы притяжения сменяются на малых расстояниях силами отталкивания. В настоящей модели это свойство обусловлено наличием ненулевого момента вращения. Действительно, среднее значение момента, вычисленное для всей совокупности нуклидов, составляет $\pm l = a \approx 0.478744$, т.е. даже в

основном состоянии момент отличен от нуля, что объясняется нецентральным характером ядерных взаимодействий (четвертым свойством ядерных сил).

Основной результат настоящей работы заключается в том, что получена модель, описывающая коллективные эффекты взаимодействия нуклонов в ядре. В этой модели ядро состоит только из протонов, взаимодействующих со скалярным полем в пятимерном пространстве Калуцы /23/. Сильное взаимодействие объясняется наличием магнитного заряда у протонов и условиями формирования ядер, при которых экранируются все магнитные заряды и часть электрических зарядов, а другая часть электрических зарядов ядра экранируется внешней электронной оболочкой. Развитая модель ядерных взаимодействий согласована по своим свойствам с существующими представлениями о ядерных силах /20, 22/. В качестве основы для построения модели использована специальная метрика в пятимерном пространстве /4, 18/, описывающая совместное влияние гравитации и электромагнетизма на движение материи. Наконец, заметим, что представленная выше модель атомного ядра может быть полезна при вычислении энергии связи нуклонов в ядре, что в настоящее время осуществляется, главным образом, посредством полуэмпирических моделей

Библиографический список

1. Maria Goeppert-Mayer. On Closed Shells in Nuclei [DOE Technical Report, Phys. Rev. Vol. 74](#); 1948. II [DOE Technical Report, Phys. Rev. Vol. 75](#); 1949
2. М. Гепперт-Майер. Ядерные оболочки// УФН, т. 82, вып. 4, 1964.
3. Б. Моттelson. [Элементарные виды возбуждения в ядрах](#)// УФН, **120**, 563–580 1976.
4. Трунев А.П. Фундаментальные взаимодействия в теории Калуцы-Клейна// Научный журнал КубГАУ. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №07(71). С. 502 – 527. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2011/07/pdf/39.pdf>
5. [Alexander Trunev. Neutron structure in Kaluza-Klein theory](#)// Chaos and Correlation, №12, Dec. 15, 2011.
6. Alexander Trunev. Electron structure in Kaluza-Klein theory //Chaos and Correlation, №12, Dec. 7, 2011 http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR12_2011.pdf
7. A. P. Trunev. Electron structure, hydrino and cold fusion//Chaos and Correlation, № 11, Nov. 25, 2011, http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR11_2011.pdf
8. A. P. Trunev. Lorentz quantum electrodynamics// Научный журнал КубГАУ [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №01(75). С. 1075 – 1090. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/01/pdf/83.pdf>
9. Alexander Trunev. Neutron decay in the classic and quantum mechanics//Chaos and Correlation, April 30, 2011, http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR_4_2011.pdf
10. Mohr P.J., Taylor B.N., Newell D.B. CODATA recommended values of the fundamental physical constants// Reviews of Modern Physics 80: 633–730. 2006.
11. Richard P. Feynman. The Theory of Fundamental Processes. Addison Wesley. ISBN 0-8053-2507-7. (1961).

12. J. Christman. The Weak Interaction. Physnet. Michigan State University, 2001.
http://physnet2.pa.msu.edu/home/modules/pdf_modules/m281.pdf
13. Hunting the Quark Gluon Plasma. RESULTS FROM THE FIRST 3 YEARS AT RHIC. ASSESSMENTS BY THE EXPERIMENTAL COLLABORATIONS. Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC). BNL -73847-2005, April 18, 2005.
14. John Arrington, Kees de Jager and Charles F. Perdrisat. Nucleon Form Factors-A Jefferson Lab Perspective// http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/1102/1102.2463v1.pdf
15. Naudts, Jan (5 August 2005). On the hydrino state of the relativistic hydrogen atom. arXiv:physics/0507193.
16. Dombey, Norman (8 August 2006). The hydrino and other unlikely states. Physics Letters A 360: 62. arXiv:physics/0608095
17. Mills, Randell L. (June 2008). "The Grand Unified Theory of Classical Physics" (DjVu). Blacklight Power. <http://www.blacklightpower.com/theory/bookdownload.shtml>
18. V. Dzhunushaliev. Wormhole solutions in 5D Kaluza-Klein theory as string-like objects// [arXiv:gr-qc/0405017v1](http://arxiv.org/PS_cache/gr-qc/pdf/0405017v1.pdf)
19. National Nuclear Data Center Web Site, <http://www.nndc.bnl.gov/>
20. Marcelo Alonso, Edward J. Finn. Fundamental University Physics. III Quantum and Statistical Physics. – Addison-Wesley Publishing Company, 1975.
21. Ю. Б. Румер. Исследования по 5-оптике. – М., Гостехиздат, 1956. 152 с.
22. Krane, Kenneth (1988). *Introductory Nuclear Physics*. John Wiley & Sons. pp. 68.
23. Kaluza, Theodor. Zum Unitätsproblem in der Physik. [Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin. \(Math. Phys.\) 1921: 966–972.](http://www.preussakad.wiss-berlin.de/berlin/1921/1921-966-972)