



**Моделирование массы
адронов на основе
скалярной модели глюоболов**

**Simulation of hadron masses
on the basis of the scalar
model of glueballs**

Alexander P. Trunev (Toronto, Canada)

Alexander P. Trunev

В работе рассмотрена скалярная модель глюонного конденсата, в котором образуются глюоболы. Показано, что масса известных адронов описывается с приемлемой точностью интегралом от плотности конденсата по объему глюобола.

In this paper we consider a scalar model of the gluon condensate, in which bubbles are formed - glueballs. It is shown that the mass of the known hadrons is described with acceptable accuracy by the integral of the condensate density in terms of the glueball.

Ключевые слова: адрон, глюонный конденсат, глюобол, масса, скалярное поле.

Keywords: gluon condensate, glueball, hadron, mass, scalar fields.

Согласно современным представлениям адроны состоят из кварков, взаимодействующих между собой посредством векторных калибровочных бозонов – глюонов. Квантовая хромодинамика (КХД), описывающая такого рода взаимодействие, является необычайно сложной теорией, поэтому в моделях элементарных частиц, построенных на основе КХД, широко используются различные упрощения и численные методы. Глюобол является одной из гипотетических частиц, предсказанных на основе КХД [1]. Предполагается, что глюобол состоит только из глюонного конденсата. Согласно вычислениям, сделанным в рамках решеточной КХД [2], скалярная частица такого типа обладает массой около 1730 МэВ.

В настоящей работе использована скалярная модель глюонного конденсата, развитая в работах [3-4] и других. Эта модель в обозначениях работы [4] имеет вид

$$\begin{aligned} \partial_{\mu} \partial^{\mu} \phi &= -\phi \left[\chi^2 + \lambda_1 (\phi^2 - \phi_{\infty}^2) \right] \\ \partial_{\mu} \partial^{\mu} \chi &= -\chi \left[\phi^2 + \lambda_2 (\chi^2 - \chi_{\infty}^2) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь скалярные поля ϕ, χ описывают распределение конденсата; λ_1, λ_2 - параметры модели; ϕ_∞, χ_∞ - собственные значения задачи. В случае сферической симметрии система уравнений (1) приводится к виду

$$\begin{aligned} x\phi'' + 2\phi' &= ax\phi \left[\chi^2 + \lambda_1 (\phi^2 - \phi_\infty^2) \right] \\ x\chi'' + 2\chi' &= ax\chi \left[\phi^2 + \lambda_2 (\chi^2 - \chi_\infty^2) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь введена безразмерная переменная $x = ra^{-1/2}$. Граничные условия для системы уравнений (2) имеют вид:

$$\begin{aligned} \phi(0) &= 1, \quad \phi'(0) = 0, \\ \chi(0) &= \chi_0, \quad \chi'(0) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Система уравнений (2) с граничными условиями (3) решалась с использованием Wolfram Mathematica 8 [5] при значениях параметров из работы [4]: $a = 1; \lambda_1 = 0.1; \lambda_2 = 1; \phi_\infty = 1.6171579; \chi_\infty = 1.49273856$. Результаты расчетов функций ϕ, χ приведены на рис. 1.

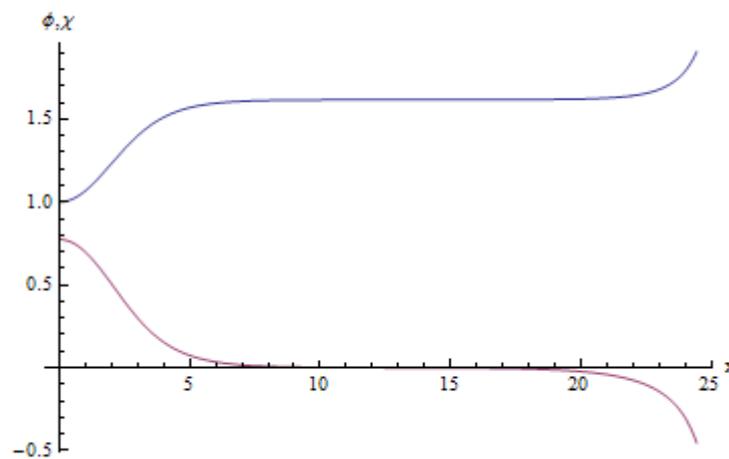


Рис. 1. Параметры глобола, вычисленные по данным [4]: $a = 1; \lambda_1 = 0.1; \lambda_2 = 1; \phi_\infty = 1.6171579; \chi_\infty = 1.49273856$.

Как видно из данных, приведенных на рис. 1, глобол представляет собой сферическое образование с плотностью, зависящей от координаты. В теории [3-4] плотность конденсата описывается эффективным Лагранжианом

$$G = -L_{eff} = \langle H_i^A H^{Ai} \rangle - \langle E_i^A E^{Ai} \rangle \quad (4)$$

Здесь E_i^A, H_i^A - хромоелектрическое и хромагнитное поле соответственно.

Выражение плотности конденсата в зависимости от распределения скалярных полей имеет вид [4]

$$G = -\frac{1}{2}(\phi'^2 + \chi'^2) + \frac{\lambda_1}{4}(\phi^2 - \phi_\infty^2)^2 + \frac{\lambda_2}{4}(\chi^2 - \chi_\infty^2)^2 - \frac{\lambda_2}{4}\chi_\infty^4 - \frac{1}{2}\phi^2\chi^2 \quad (5)$$

В частном случае подгруппы SU(2) выражение (5) сводится к виду

$$G_{SU(2)} = -\frac{1}{2}\phi'^2 + \frac{\lambda_1}{4}(\phi^2 - \phi_\infty^2)^2 \quad (6)$$

Выражения (5)-(6) вместе с решениями задачи (2)-(3) были использованы для моделирования массы адронов – рис. 2-3. Предположим, что адроны состоят из центрального ядра – глюбола, окруженного шубой из кварк-глюонных полей. Для каждого адрона глюбол имеет определенный радиус, а масса глюбола определяется интегралом от некоторой линейной комбинации функций (5) и (6). Кроме того, в массу глюбола вносит вклад поверхностное натяжение, обусловленное конечным размером глюбола. Таким образом, масса глюбола определяется согласно

$$m = 4\pi a^{3/2} \int_0^{x_0} (G + bG_{SU(2)} + k\rho/x)x^2 dx \quad (7)$$

Мы рассмотрели две модели плотности: $\rho = \phi^2 + \chi^2$ - рис. 2, и $\rho = 1$ - рис. 3. Обе модели имеют одинаковую точность в сравнении с массой адронов, что, видимо, объясняется поведением функций ϕ, χ , сохраняющих постоянное значение в широком интервале изменения радиальной координаты. Кроме того, отдельно был изучен функционал массы в случае SU(2) конденсата:

$$m = 4\pi a^{3/2} \int_0^{x_0} (G_{SU(2)} + k\rho/x)x^2 dx \quad (8)$$

Модель (7)-(8) была проверена для всей совокупности адронов – рис. 2-3. Предположим, что масса отдельного адрона пропорциональна массе его глюбола, следовательно, имеем

$$m_H = Hm \quad (9)$$

Изменяя параметры модели, можно добиться согласования зависимостей (7)-(8) с табличными данными массы адронов. Для решения этой задачи мы использовали встроенную в Wolfram Mathematica 8 [5] таблицу элементарных частиц с параметрами

ParticleData[“Hadron”,”Mass”]. Из таблицы извлекается лист данных, в который добавляется некоторое число нулевых частиц – 175 для модели (7) и 100 для модели (8). Эти данные позволяют совместить начало координат, в которых масса адрона и масса глюбола связаны линейной зависимостью (9). Данные для адронов нормируются на максимальный элемент - $m_Y = 11019$ МэВ. Далее осуществляется подгонка параметров моделей - a, b, h, k для модели (7) и a, h, k для модели (8). При этом параметры глюбола сохраняются во всех расчетах, а именно:

$$\lambda_1 = 0.1; \lambda_2 = 1; \phi_\infty = 1.6171579; \chi_\infty = 1.49273856$$

В результате были получены следующие значения параметров модели (7):

$$m_H / m_Y = hm / 4\pi ,$$

$$\rho = \phi^2 + \chi^2 : a = 0.0003815; b = 1.792; h = 0.3665; k = 0.0237; \quad (10)$$

$$\rho = 1 : a = 0.0003815; b = 1.792; h = 0.3665; k = 0.061$$

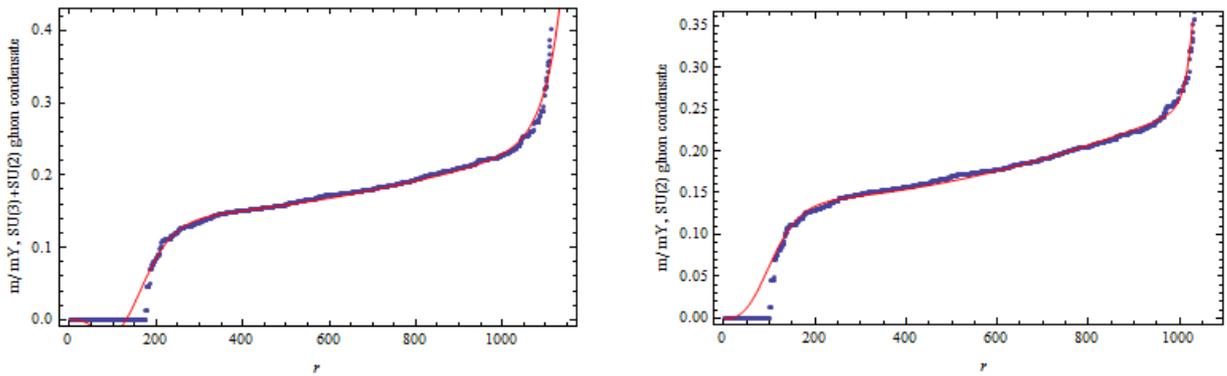


Рис. 2. Сравнение массы адронов с массой глюбола, вычисленной по уравнениям (7)-(8) при $\rho = \phi^2 + \chi^2$. Параметры модели (7): $a = 0.0003815$; $b = 1.792$; $k = 0.0237$; $h=0.3665$. Параметры модели (8): $a=0.000536$; $k = 0.0164$; $h = 0.414$; $m_Y = 11019$ МэВ.

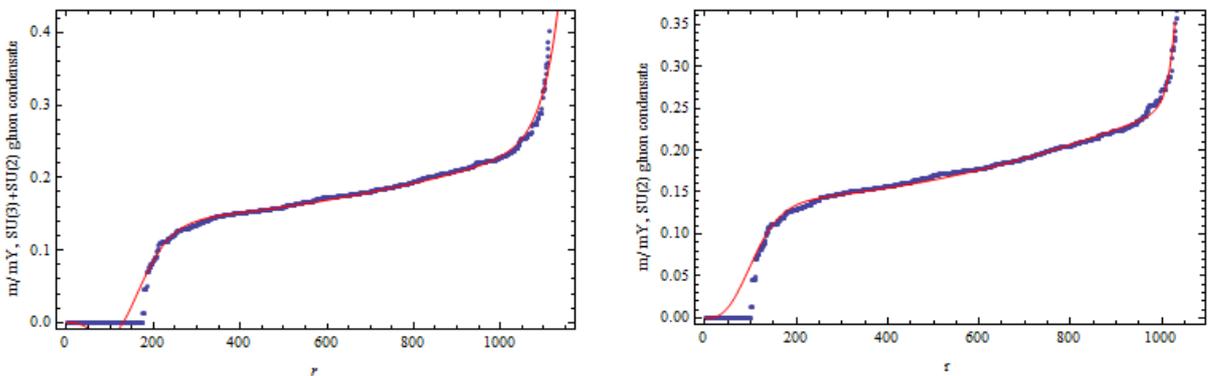


Рис. 3. Сравнение массы адронов с массой глюбола, вычисленной по уравнениям (7)-(8) при $\rho = 1$. Параметры модели (7): $a=0.0003815$; $b = 1.792$; $k = 0.061$; $h = 0.3665$. Параметры модели (8): $a = 0.000536$; $k=0.042$; $h = 0.414$; $m_Y = 11019$ МэВ.

Сопоставление массы адронов с массой глюбола, вычисленной по модели (7) с данными (10) дано на рис. 2-3. Удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных данных начинается с массы ρ - мезона, составляющей 775.5 МэВ и заканчивается на массе Ψ - мезона, составляющей 4421 МэВ. Для адронов меньшей и большей массы линейная модель (9) не выполняется.

Для модели (8) были получены следующие значения параметров

$$m_H / m_Y = hm / 4\pi ,$$

$$\rho = \phi^2 + \chi^2 : a = 0.000536; h = 0.414, k = 0.0164; \quad (11)$$

$$\rho = 1 : a = 0.000536; h = 0.414; k = 0.042$$

Отметим, что различие в точности описания экспериментальных данных между моделями (7) и (8) является номинальным, но модель (8) содержит на один параметр меньше. С другой стороны, различие в моделях плотности, использованных для моделирования поверхностной энергии, также является номинальным и сводится только к переопределению параметра k при сохранении значений других параметров модели, как следует из выражений (10)-(11).

Таким образом, мы показали, что линейная модель (9), связывающая массу адронов с массой центрального ядра – глюбола, выполняется для значительной части адронов, масса которых лежит в интервале от 775.5 МэВ до 4421 МэВ – около 922 частиц из общего числа 973. Это свидетельствует в пользу принятой модели строения элементарных частиц, в которой, предполагается, что адроны содержат центральное ядро глюбол и окружающие его поля кварков и глюонов.

References

1. В. В. Анисович Экзотические мезоны: поиск глюболов // УФН. — 1995. — Т. 165. — С. 1225—1247.
2. Colin J. Morningstar, Mike Peardon Glueball spectrum from an anisotropic lattice study//Physical Review D 60 (3): 034509, (1999). arXiv:hep-lat/9901004.
3. V. Dzhunushaliev. Scalar model of the glueball// Hadronic J. Suppl. 19, 185 (2004); <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/0312289v4.pdf>

4. V. Dzhunushaliev. SU(3) glueball gluon condensate//arXiv:1110.1427 [hep-ph].
5. Wolfram Mathematica 8// <http://www.wolfram.com/mathematica/>