

**Chaos and Correlation**

International Journal, November 25, 2012

**Спектр масс адронов и термодинамика глюонов****Hadrons mass spectrum and the gluon thermodynamics****Alexander P. Trunev (Toronto, Canada)****Alexander P. Trunev**

Показано, что спектр масс адронов можно связать с энергией возбужденных состояний глюонов. На основе этой связи построена термодинамика глюонов. Вычисленная на основе этой модели температура перехода адронной материи в состояние кварк-глюонной плазмы – 175.856 МэВ, согласуется с данными экспериментов и расчетов на основе решеточной квантовой хромодинамики (LQCD).

It is shown that the hadron mass spectrum can be associated with the energy of the excited states of gluon condensate. Gluon thermodynamics is built on the basis of this concept. The transition temperature of hadronic matter to the quark-gluon plasma calculated on the basis of this model is about 175,856 MeV, which is consistent with experimental data and calculations based on lattice quantum chromodynamics (LQCD).

Ключевые слова: адрон, возбужденные состояния, глюонный конденсат, глобол, статистическая функция, термодинамика, фазовый переход, уравнение состояния.

Keywords: excited states, nuclei, gluon condensate, glueball, hadrons, partition function, phase transition, thermodynamics.

**Введение**

Согласно современным представлениям адроны состоят из кварков, взаимодействующих между собой посредством векторных калибровочных бозонов – глюонов. Было установлено, что при температуре выше критической материя адронов ведет себя как плазма, состоящая из кварков и глюонов. Это новое состояние вещества – QGP, было предсказано теоретически и в численных экспериментах на основе моделей решеточной квантовой хромодинамики (LQCD) [1-2]. Эксперименты, выполненные на ускорителях BNL RHIC [3-4] и CERN SPS [5] показали, что новое состояние

вещества действительно существует и что критическая температура перехода к новому состоянию составляет около 175 МэВ [6].

Модель глюонного конденсата и термодинамика глюонной плазмы рассматривалась в работах [7-10] и других. В настоящей работе на основе модели [10] вычислена статистическая функция и построена термодинамика глюонов в широкой области температуры, включая точку переход 175 МэВ.

### Моделирование массы адронов

Модель глюонного конденсата имеет вид [7-8]

$$\begin{aligned}\partial_{\mu} \partial^{\mu} \phi &= -\phi \left[ \chi^2 + \lambda_1 (\phi^2 - \phi_{\infty}^2) \right] \\ \partial_{\mu} \partial^{\mu} \chi &= -\chi \left[ \phi^2 + \lambda_2 (\chi^2 - \chi_{\infty}^2) \right]\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь скалярные поля  $\phi, \chi$  описывают распределение конденсата;  $\lambda_1, \lambda_2$  - параметры модели;  $\phi_{\infty}, \chi_{\infty}$  - собственные значения задачи. В случае сферической симметрии система уравнений (1) приводится к виду

$$\begin{aligned}x\phi'' + 2\phi' &= ax\phi \left[ \chi^2 + \lambda_1 (\phi^2 - \phi_{\infty}^2) \right] \\ x\chi'' + 2\chi' &= ax\chi \left[ \phi^2 + \lambda_2 (\chi^2 - \chi_{\infty}^2) \right]\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь введена безразмерная переменная  $x = ra^{-1/2}$ . Граничные условия для системы уравнений (2) могут быть заданы в начале координат, имеем

$$\begin{aligned}\phi(0) &= 1, \quad \phi'(0) = 0, \\ \chi(0) &= \chi_0, \quad \chi'(0) = 0.\end{aligned}\quad (3)$$

Система уравнений (2) с граничными условиями (3) решалась с использованием Wolfram Mathematica 8 [11] при значениях параметров:  $a = 1; \lambda_1 = 0.1; \lambda_2 = 1; \phi_{\infty} = 1.6171579; \chi_{\infty} = 1.49273856$ . Результаты расчетов функций  $\phi, \chi$ , описывающих глюбол, приведены на рис. 1. Как видно из данных, приведенных на рис. 1, глюбол представляет собой сферическое образование с плотностью, зависящей от координаты. В теории [7-8] плотность конденсата описывается эффективным Лагранжианом

$$G = -L_{eff} = \langle H_i^A H^{Ai} \rangle - \langle E_i^A E^{Ai} \rangle \quad (4)$$

Здесь  $E_i^A, H_i^A$  - хромоелектрическое и хромомагнитное поле соответственно.

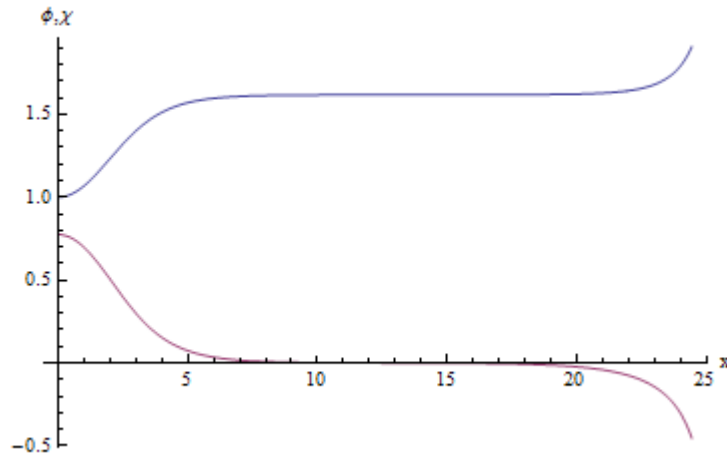


Рис. 1. Параметры глюбола, вычисленные для значений параметров  $a = 1; \lambda_1 = 0.1; \lambda_2 = 1; \phi_\infty = 1.6171579; \chi_\infty = 1.49273856$ .

Выражение плотности конденсата в зависимости от распределения скалярных полей имеет вид [7-8]

$$G = -\frac{1}{2}(\phi'^2 + \chi'^2) + \frac{\lambda_1}{4}(\phi^2 - \phi_\infty^2)^2 + \frac{\lambda_2}{4}(\chi^2 - \chi_\infty^2)^2 - \frac{\lambda_2}{4}\chi_\infty^4 - \frac{1}{2}\phi^2\chi^2 \quad (5)$$

В частном случае подгруппы SU(2) выражение (5) сводится к виду

$$G_{SU(2)} = -\frac{1}{2}\phi'^2 + \frac{\lambda_1}{4}(\phi^2 - \phi_\infty^2)^2 \quad (6)$$

Выражения (5)-(6) вместе с решениями задачи (2)-(3) были использованы в работе [10] для моделирования массы адронов – рис. 2-3. В модели [10] предполагается, что адроны состоят из центрального ядра – глюбола, окруженного шубой из кварк-глюонных полей. Для каждого адрона глюбол имеет определенный радиус, а масса глюбола определяется интегралом от некоторой линейной комбинации функций (5) и (6). Кроме

того, в массу глюбола вносит вклад поверхностное натяжение, обусловленное конечным размером глюбола. Таким образом, масса глюбола определяется согласно

$$m = 4\pi a^{3/2} \int_0^{x_0} (G + bG_{SU(2)} + k\rho/x)x^2 dx \quad (7)$$

Рассмотрим две модели плотности:  $\rho = \phi^2 + \chi^2$  - рис. 2, и  $\rho = 1$  - рис.

3. Обе модели имеют одинаковую точность в сравнении с массой адронов, что, объясняется поведением функций  $\phi, \chi$ , сохраняющих постоянное значение в широком интервале изменения радиальной координаты. Кроме того, рассмотрим функционал массы в случае SU(2) конденсата:

$$m = 4\pi a^{3/2} \int_0^{x_0} (G_{SU(2)} + k\rho/x)x^2 dx \quad (8)$$

Модель (7)-(8) была проверена для всей совокупности адронов – рис. 2-3 в предположении, что масса отдельного адрона пропорциональна массе его глюбола, следовательно

$$m_H = Hm \quad (9)$$

Изменяя параметры модели, можно добиться согласования зависимостей (7)-(8) с табличными данными массы адронов. Для решения этой задачи можно использовать встроенную в Wolfram Mathematica 8 [11] таблицу элементарных частиц с параметрами ParticleData[“Hadron”,”Mass”]. Из таблицы извлекается лист данных, в который добавляется некоторое число нулевых частиц – 175 для модели (7) и 100 для модели (8). Эти данные позволяют совместить начало координат, в которых масса адрона и масса глюбола связаны линейной зависимостью (9). Данные для адронов нормируются на максимальный элемент -  $m_Y = 11019$  МэВ – рис. 2-3 или на массу протона – рис. 4. Далее осуществляется подгонка параметров моделей -  $a, b, h, k$  для модели (7) и  $a, h, k$  для модели (8). При этом параметры глюбола сохраняются во всех расчетах, а именно:

$$\lambda_1 = 0.1; \lambda_2 = 1; \phi_\infty = 1.6171579; \chi_\infty = 1.49273856$$

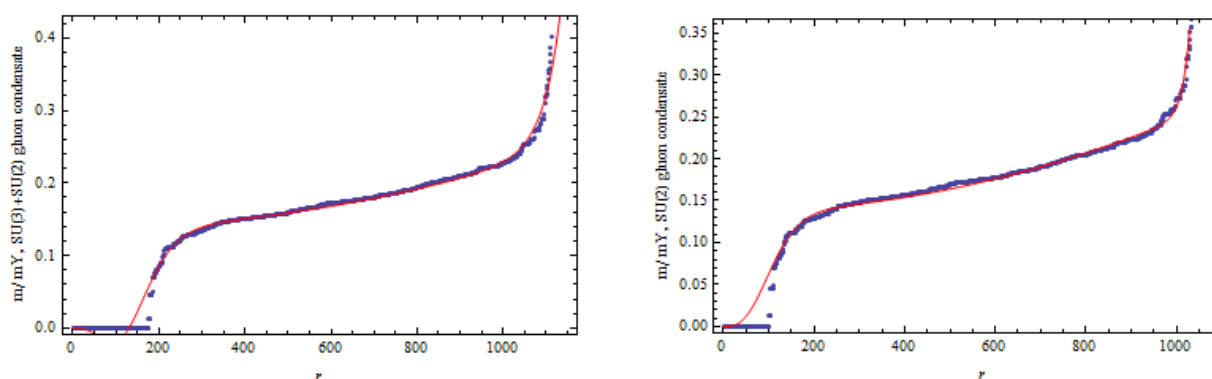


Рис. 2. Сравнение массы адронов с массой глюбола, вычисленной по уравнениям (7)-(8) при  $\rho = \phi^2 + \chi^2$ . Параметры модели (7):  $a = 0.0003815$ ;  $b = 1.792$ ;  $k = 0.0237$ ;  $h=0.3665$ . Параметры модели (8):  $a=0.000536$ ;  $k = 0.0164$ ;  $h = 0.414$ ;  $mY = 11019$  МэВ.

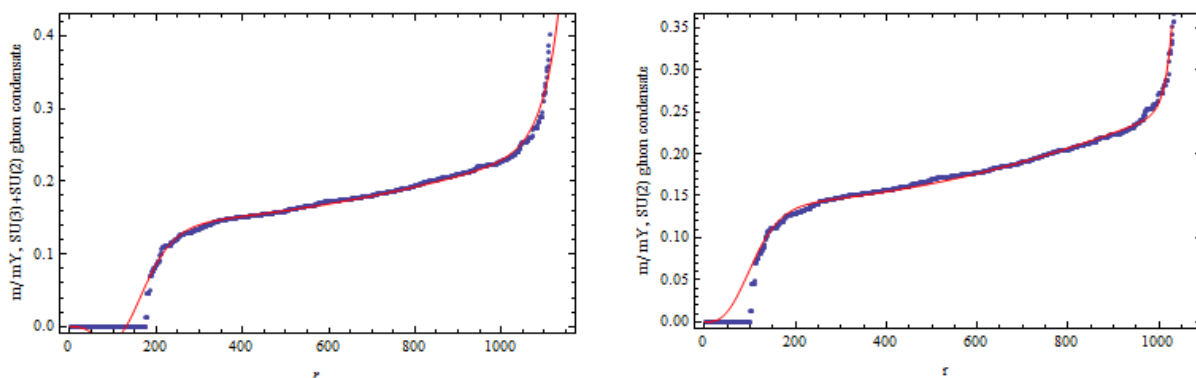


Рис. 3. Сравнение массы адронов с массой глюбола, вычисленной по уравнениям (7)-(8) при  $\rho = 1$ . Параметры модели (7):  $a=0.0003815$ ;  $b = 1.792$ ;  $k = 0.061$ ;  $h=0.3665$ . Параметры модели (8):  $a= 0.000536$ ;  $k=0.042$ ;  $h = 0.414$ ;  $mY = 11019$  МэВ.

Рассмотрим разность между теоретической кривой и экспериментальными данными в случае SU(2) конденсата – рис. 4. Здесь мы нормируем массу адронов на массу протона. Данные по отклонению от теоретической зависимости, приведенные в абсолютных единицах,

показывают, что вклад орбитального движения кварков в массу адронов составляет не более 0.1 от массы протона для легких частиц и не более 0.15 от массы протона для тяжелых. Следовательно, можно построить теорию возмущений, используя в качестве основного решения глюбол, а качестве возмущенного движения – орбиты кварков.

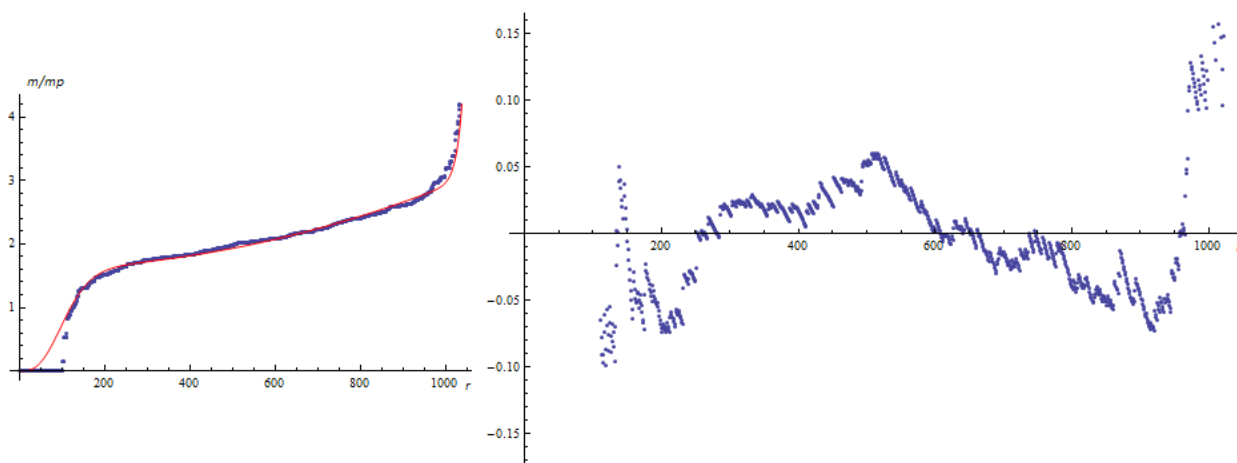


Рис. 4. Отклонение массы адронов от теоретической зависимости в случае SU(2) конденсата.

Таким образом, мы показали, что линейная модель (9), связывающая массу адронов с массой центрального ядра – глюбола, выполняется для значительной части адронов, масса которых лежит в интервале от 775.5 МэВ до 4421 МэВ – около 922 частиц из общего числа 973. Это свидетельствует в пользу принятой модели строения элементарных частиц, в которой, предполагается, что адроны содержат центральное ядро глюбол и окружающие его поля кварков и глюонов.

### Моделирование энергии возбужденных состояний атомных ядер

Согласно современным представлениям атомные ядра состоят из нуклонов – нейтронов и протонов, которые, в свою очередь, состоят из кварков, взаимодействующих между собой посредством векторных калибровочных бозонов – глюонов. Для моделирования энергии возбужденных состояний ядер – рис. 5, используется модель (7)-(9) и

встроенная в Wolfram Mathematica 8 [11] таблица изотопов с соответствующими параметрами. Например, для данных на левом рис. 5 таблица изотопов вызывается с параметрами `IsotopeData["Ni58", "ExcitedStateEnergies"]`.

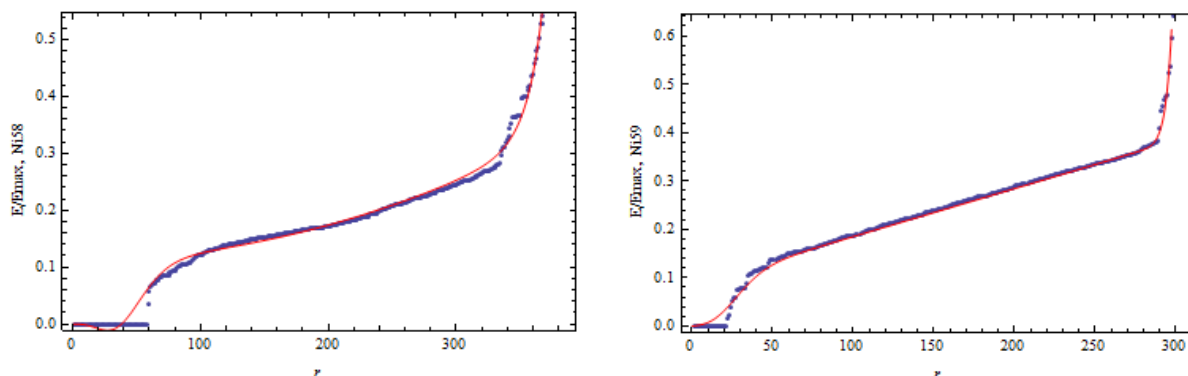


Рис. 5. Сравнение энергии возбужденных состояний изотопов никеля с энергией глюбола, вычисленной по уравнениям (7)-(8) при  $\rho = \phi^2 + \chi^2$ . Параметры модели (7) для изотопа Ni58:  $k = 0.01906$ ;  $h = 0.2698$ ;  $a = 0.003756$ ;  $b = 1.94$ . Параметры модели (8) для изотопа Ni59:  $a = 0.0068$ ;  $k = 2.09$ ;  $h = 0.3235$ .

Таким образом, показано, что линейная модель (9), связывающая массу адронов с массой центрального ядра – глюбола, распространяется и на возбужденные состояния атомных ядер. В этом случае глюбол, видимо, следует считать пузырьком, образующимся в квантовом конденсате при возбуждении ядра, аналогично тому, как образуются поры в твердом теле и кавитационные пузырьки в жидкости при растяжении.

### Термодинамика глюонов

В общем случае статистическая сумма, описывающая термодинамику глюонов, имеет вид

$$Z(T, \mu) = \sum_k \exp[-(E_k - \mu)/T] \quad (10)$$

Здесь  $E_k, \mu, T$  - энергия состояний, химический потенциал и температура соответственно. Для описания возбужденных состояний

глюонного конденсата используем установленную аналогию спектра масс адронов с возбужденными состояниями ядер. Можно предположить, что энергия, описывающая состояние глюонного конденсата, непосредственно связана с массой покоя адронов, поэтому в выражении (12) положим  $E_k = m_k$ . Суммируя по всем известным адронам, находим статистическую сумму и уравнение состояния конденсата в форме

$$Z(T, \mu) = \sum_k \exp[-(m_k - \mu)/T]$$

$$\frac{pV}{T} = \ln Z \quad (11)$$

Здесь  $p, V$  - давление и объем системы соответственно.

Зависимость химического потенциала от температуры исследовалась на основе моделей LQCD – см., например, [6]. Для наших целей достаточно знать, что все адроны, за исключением протона, неустойчивы, поэтому соответствующие им термодинамические состояния характеризуются отрицательным химическим потенциалом. Существует множество каналов распада адронов, но для всей их совокупности преобладают каналы распада на пионы и мюоны. Отсюда можно сделать оценку химического потенциала в виде

$$-139.57 \text{ MeV} < \mu < -105.6584 \text{ MeV} \quad (12)$$

На рис. 6-7 представлена зависимость логарифма статистической суммы от температуры, вычисленные по уравнениям (11). Как следует из полученных данных, давление меняет знак при температуре  $T_c = 175.856 \text{ MeV}$  при среднем значении химического потенциала из интервала (12)  $\mu = -122.614 \text{ MeV}$ .

В этой связи заметим, что в работе [6] дана оценка температуры фазового перехода адронной материи в QGP, согласованная со всей совокупностью экспериментальных данных в виде  $T_c = 175_{-7}^{+1} \text{ MeV}$ .



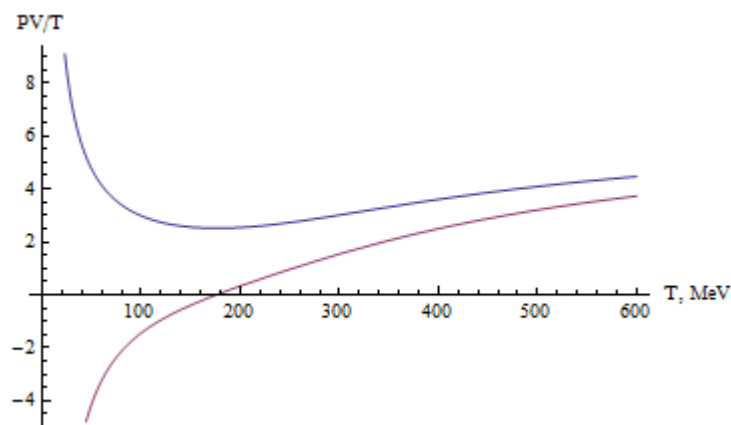


Рис. 6. Зависимость логарифма статистической функции от температуры, вычисленная по модели (11) для  $\mu = -122.614 \text{ MeV}$  (нижняя кривая) и  $320 \text{ MeV}$  (верхняя кривая).

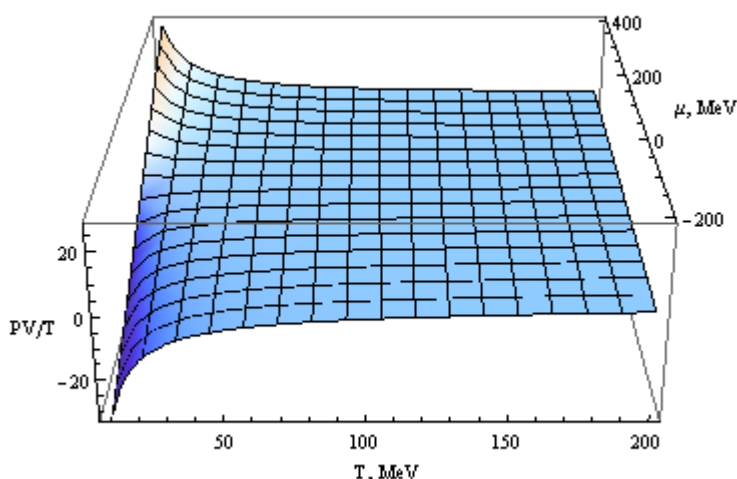


Рис. 7. Зависимость логарифма статистической функции от температуры и химического потенциала, вычисленная по модели (11).

Согласно же (11-12) точка перехода для распада только на мюоны составляет  $T_c = 168.91 \text{ MeV}$ , а для распада на мюоны и нейтральные пионы -  $T_c = 174.936 \text{ MeV}$ .

Следовательно, границы интервала температуры фазового перехода, обнаруженные в работе [6], соответствуют в данной модели учету указанных каналов распада. Отметим также, что температура перехода при

нулевом значении химического потенциала в модели (11) составляет  $T_c = 114.58 MeV, \mu = 0$ .

Изменение знака давления при переходе через точку  $T = T_c$  означает, что в области ниже этой точки состояние является метастабильным. Следовательно, глюонный конденсат в этой области параметров похож одновременно и на перегретую, и на переохлажденную жидкость [12]. Существует гипотеза, что в области температуры, значительно выше  $T = T_c$ , система глюонов становится похожей на газ фотонов, с соответствующим уравнением состояния [9]. Действительно, в данной модели уравнение состояния при большой температуре стремится к постоянной величине, т.е. имеет вид, как у идеального газа

$$pV/T = 6.878 \text{ при } T > 10^6 MeV, \mu = 0$$

В этом случае число в правой части уравнения состояния, очевидно, равно логарифму числа известных в настоящее время адронов. Как известно, уравнение состояния фотонного газа имеет вид

$$pV/T = N\zeta(4)/\zeta(3) \approx 0.9N$$

Здесь  $N, \zeta(x)$  – число фотонов и дзета-функция Римана соответственно. Для согласования уравнения состояния фотонов и глюонов следует считать, что  $N \approx 6.878/0.9 \approx 7.64$ . С другой стороны, число глюонов разного цвета равно 8, поэтому число адронов должно составлять не менее  $\exp[8\zeta(4)/\zeta(3)] \approx 1343$ , тогда как в использованной нами таблице содержится 973 частицы, включая кварки. Не исключено, однако, что некоторые частицы дают двойной вклад в статистическую сумму, чем объясняется обнаруженное расхождение. Но тогда следует учитывать все степени свободы, которыми обладает каждая частица, что приводит к сложным моделям типа LQCD.

Рассмотренная нами модель относится к случаю одного глюбола. При увеличении числа исходных «пузырьков»  $N_{Gb}$  уравнение состояния

линейно зависит от  $N_{Gb}$  при условии, что «пузырьки» не взаимодействуют между собой, следовательно

$$\frac{pV}{T} = N_{Gb} \ln Z \quad (13)$$

Тогда в идеальном случае уравнение состояния принимает вид, отражающий распад поля Янга-Миллса на восемь независимых электромагнитных полей,

$$pV / T = 8N_{Gb} \zeta(4) / \zeta(3) \approx 7.2N_{Gb} \quad (14)$$

При увеличении химического потенциала в положительной области значений этого параметра существует такое его значение, выше которого, давление становится положительным во всей области изменения температуры – рис. 6-7. Эта область параметров состояния привлекает внимание при исследовании уравнения состояния QGP на основе моделей LQCD [6,13], главным образом потому, что в этой области находится единственный устойчивый в природе барион – протон. Однако рассмотрение этих вопросов выходит за рамки настоящей работы.

*I am very grateful to V. Dzhunushaliev for the useful discussions.*

## References

1. Bohr Henrik, Nielsen H. B. Hadron production from a boiling quark soup: quark model predicting particle ratios in hadronic collisions// Nuclear Physics B 128 (2): 275, 1977.
2. F. Karsch. The Phase Transition to the Quark Gluon Plasma: Recent Results from Lattice Calculations// Nucl. Phys. A 590 (1995) 367C; [hep-lat/9503010].
3. Miklos Gyulassy. The QGP Discovered at RHIC//arXiv:nucl-th/0403032v1
4. Hunting the Quark Gluon Plasma. RESULTS FROM THE FIRST 3 YEARS AT RHIC.ASSESSMENTS BY THE EXPERIMENTAL COLLABORATIONS. Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC). BNL -73847-2005, April 18, 2005.
5. Christian Lippmann. Particle identification in ALICE boosts QGP studies//CERN Courier, Aug 23, 2012.

6. Sourendu Gupta, Xiaofeng Luo, Bedangadas Mohanty, Hans Georg Ritter, Nu Xu. Scale for the Phase Diagram of Quantum Chromodynamics//arXiv:1105.3934v1 [hep-ph] 19 May 2011
7. V. Dzhunushaliev. Scalar model of the glueball// Hadronic J. Suppl. 19, 185 (2004); <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/0312289v4.pdf>
8. V. Dzhunushaliev. SU(3) glueball gluon condensate//arXiv:1110.1427 [hep-ph].
9. V. Dzhunushaliev. Phase transition for gluon field: a qualitative analysis// arXiv:1211.4944v1 [hep-ph]
10. Trunev. SIMULATION OF HADRON MASSES AND ATOMIC NUCLEI EXCITED STATES IN THE GLUON CONDENSATE MODEL// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №07(81). С. 545 – 554. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/07/pdf/40.pdf>
11. Wolfram Mathematica 8// <http://www.wolfram.com/mathematica/>
12. Alan T. J. Hayward, Negative Pressure in Liquids: Can It Be Harnessed Serve Man? // American Scientist 59, 434 (1971).
13. Saumen Datta, Rajiv V. Gavai, Sourendu Gupta The QCD Critical Point : marching towards continuum//arXiv:1210.6784v1 [hep-lat] 25 Oct 2012