

**Chaos and Correlation**

International Journal, December 15, 2013

Общая теории относительности и метрика местного суперкластера галактик**General Relativity and Metric of the Local Supercluster****А. П. Трунев (Toronto, Canada)****Alexander P. Trunev (Toronto, Canada)**

На основе аксиально-симметричных решений уравнений Эйнштейна предложены универсальные метрики, описывающие свойства галактик, групп и кластеров галактик.

Ключевые слова: геометрия пространства-времени, теория гравитации Эйнштейна, темная материя, темная энергия, галактика, галактический кластер.

On the basis of the axially symmetric solutions of Einstein's equations proposed universal metric describing the properties of galaxies, groups and clusters of galaxies.

Keywords: space-time geometry, general relativity, black matter, black energy, galaxy, galactic cluster.

Введение

Как известно, пространство в масштабе 100 и более мегапарсек является неоднородным по плотности как обычной, так и темной материи, которая концентрируется в кластерах, включая местный Суперкластер, которому принадлежит наша Галактика /1-3/.

Для объяснения неоднородности Вселенной обычно используется теория гравитационной неустойчивости /4-9/. В моделях /4-6/ и других предполагается, что в первоначально однородном пространстве возникают флуктуации плотности, которые приводят к формированию кластеров обычной и темной материи. Моделирование распределения темной материи в кластерах представляет собой сложную задачу, так как темную материю можно наблюдать, главным образом, по результату ее гравитационного взаимодействия с обычной материей.

По разным оценкам содержание темной материи в Суперкластере значительно превосходит содержание обычной материи, что характерно и для других суперкластеров. В этой связи возникает вопрос о зависимости метрики от распределения материи /10-11/. В работе /11/ было показано, что на основе аксиально-симметричных решений уравнений Эйнштейна можно описать зависимость гравитационного потенциала от расстояния в спиральных галактиках. В настоящей работе построены аксиально-симметричные

решения уравнений Эйнштейна, описывающие распределение гравитационного потенциала в масштабе кластера галактик.

Модификация уравнений Эйнштейна

Теория гравитации Эйнштейна /12-14/ широко используется в современной космологии, особенно, в связи с открытием ускоренного расширения Вселенной /15-16/.

Эйнштейн /12/ так определил принципы теории относительности: «Теория, как мне кажется сегодня, покоится на трех основных положениях, которые ни в какой степени не зависят друг от друга. Ниже они будут коротко сформулированы, а в дальнейшем освещены с некоторых сторон.

а) Принцип относительности: законы природы являются лишь высказываниями о пространственно-временных совпадениях; поэтому они находят свое естественное выражение в общековариантных уравнениях.

б) Принцип эквивалентности: инерция и тяжесть тождественны; отсюда и из результатов специальной теории относительности неизбежно следует, что симметричный «фундаментальный тензор» ($g_{\mu\nu}$) определяет метрические свойства пространства, движение тел по инерции в нем, а также и действие гравитации. Описываемое фундаментальным тензором состояние пространства мы будем обозначать как «G-поле».

в) Принцип Маха: G-поле полностью определено массами тел. Масса и энергия, согласно следствиям специальной теории относительности, представляют собой одно и то же; формально энергия описывается симметричным тензором энергии; это означает, что G-поле обуславливается и определяется тензором энергии материи».

Здесь первые два положения – принцип относительности и принцип эквивалентности, видимо, являются универсальными, тогда как принцип Маха, очевидно, не может быть непосредственно реализован в построении геометрии. Действительно, если геометрия определяется массами тел, то чем тогда определяются сами массы? Этот вопрос в современной науке привел к открытию бозона Хиггса, от которого зависят массы всех других элементарных частиц. Механизм Хиггса, ведущий к возникновению массы, является весьма специфическим, поскольку связан со спонтанным нарушением симметрии /17-18/. Но симметрия это геометрическое свойство системы, поэтому принцип Маха в этом случае сводится к тавтологическому утверждению, что геометрия определяется геометрией. Другие механизмы генерации массы, основанные на результатах квантовой теории гравитации /19/ и теории Янга-Миллса /20/, приводят к аналогичному выводу.

Поэтому следует изменить принцип Маха таким образом, чтобы он соответствовал физическому содержанию не только теории гравитации Эйнштейна, но и любой другой теории /10-11/. Уравнения гравитационного поля Эйнштейна имеют вид /12/:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = g_{\mu\nu} \Lambda + \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1)$$

Здесь $R_{\mu\nu}$, $g_{\mu\nu}$, $T_{\mu\nu}$ - тензор Риччи, метрический тензор и тензор энергии-импульса; Λ , G , c - космологическая постоянная Эйнштейна, гравитационная постоянная и скорость света соответственно. Как известно, Эйнштейн предложил в 1912-1915 гг. несколько альтернативных теорий гравитации, среди которых теория (1) получила всеобщее признание.

Множество споров вызывала космологическая постоянная, введенная Эйнштейном в 1917 г в работе /12/ для объяснения существования статической Вселенной. Однако в 1922 г Фридман получил решение, описывающие нестационарную Вселенную, на основе уравнений общей теории относительности, предложенных Эйнштейном в 1915 г, в которых $\Lambda = 0$. В 1929 г Хаббл экспериментально обнаружил разбегание галактик и сформулировал закон, связывающий расстояние до галактик с красным смещением. Эти результаты явились подтверждением модели Фридмана, после чего Эйнштейн опубликовал статью /14/, в которой написал, что «При этих обстоятельствах следует задать вопрос, можно ли описать опытные факты; не вводя Λ -член, явно неудовлетворительный с теоретической точки зрения».

В настоящее же время, учитывая многочисленные данные, свидетельствующие об ускоренном расширении Вселенной, следует признать, что Λ -член является вполне удовлетворительным и, более того, единственным разумным объяснением наблюдаемого эффекта. Однако происхождение этого эффекта относится к одной из самых больших загадок современной физики /21-24/. Действительно, это слагаемое могло бы возникнуть как следствие квантовых флуктуаций, но соответствующие оценки показывают, что существует огромное различие, составляющее 120 порядков между экспериментальной величиной Λ и предсказанием квантовой теории гравитации. Это различие можно несколько сократить, используя различные соображения /21/, но нельзя устранить.

Отмеченное огромное различие между фактами и теорией означает, что между геометрией микромира и геометрией в масштабе всей Вселенной нет никакой связи. Но тогда и принцип Маха, и следующее из него уравнение Эйнштейна (1) теряют свой смысл. Чтобы разрешить это противоречие, был сформулирован новый принцип, который, как нам представляется, управляет геометрией миров /10-11/.

Принцип максимальной определенности: *Метрика пространства-времени зависит только от таких фундаментальных констант, которые определяются с максимально возможной точностью.*

Отметим, что в современной физике к таким константам относятся скорость света, постоянная Планка, постоянная тонкой структуры, масса электрона, масса протона и некоторые другие величины. Тензор энергии импульса материи имеет сравнительно низкую точность определения, а с учетом большого содержания темной материи в Суперкластере, вообще не определен, поэтому не может входить в число параметров, от которых зависит метрика пространства-времени. Следовательно, в масштабе 100 мегапарсек будут справедливы гипотезы геометродинамики /25-28/.

Чтобы сохранить основную идею определения метрики в теории гравитации Эйнштейна и при этом удовлетворить принципу максимальной определенности, мы предположим, что уравнение Эйнштейна (1) распадается на два независимых уравнения:

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \lambda g_{\mu\nu} &= 0 \\ g_{\mu\nu} (\Lambda + \lambda) + \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь λ – некоторая функция, зависящая от фундаментальных констант доступных измерению с максимально возможной точностью. Отметим, что первым уравнением определяется метрика пространства-времени, а вторым уравнением задается распределение материи, которое соответствует этой метрике.

В модели (2) сохраняются все результаты, связанные с определением пространств Эйнштейна /29/, поскольку соответствующие метрики являются решением первого уравнения (2). Среди этих решений отметим метрику Шварцшильда /30/, которой определяется поле тяготения точечной массы в сферически-симметричном случае; метрику Фридмана — Леметра — Робертсона — Уокера (FLRW) /16/, описывающую расширение Вселенной в стандартной космологической модели; метрику аксиально-симметричных гравитационных полей /31-33/.

При таком подходе отпадает необходимость строить гипотезы относительно распределения массы и энергии во Вселенной. Основой всех наблюдаемых феноменов является метрика, которой соответствует распределение массы и энергии, определяемое из второго уравнения (2). Метрика зависит только от фундаментальных констант, а распределение массы и энергии полностью определяется геометрией, что согласуется с механизмом возникновения массы и в стандартной модели, и в квантовой теории гравитации. Очевидно, что нет необходимости выводить этот механизм из каких-то других физических явлений, так как все эти явления уже отражены в метрике пространства-времени, которое является не только ареной всех событий, но и их причиной и следствием /25-28/. Материя в модели (2) является пассивной компонентой, наличие которой не является обязательным. Это можно сравнить с течением подкрашенной воды, в http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR_2_12_2013.pdf

котором краска является пассивной компонентой, позволяющей осуществлять визуализацию движения, но не влияющей на движение.

Аксиально-симметрические поля

Гравитационные поля, обладающие осевой симметрией, рассматривались в работах Вейля /30/, Леви-Чевита /31/, Дельсарта /32/, Петрова /29/, Зекериса /33/ и других. Метрический тензор таких полей в предположении их статичности может быть приведен к виду /29/:

$$\begin{aligned} g_{pq} &= e^{-\mu} \left[-\delta_{pq} + (1 - e^{-\nu}) \frac{x^p x^q}{\rho^2} \right], \\ g_{13} &= g_{23} = g_{34} = g_{14} = g_{24} = 0, \\ g_{33} &= -e^{\nu-\mu}, \quad g_{44} = e^{\mu} \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $p, q = 1, 2$; $\rho = \sqrt{x^1{}^2 + x^2{}^2}$; $\mu = \mu(\rho, x^3)$, $\nu = \nu(\rho, x^3)$ - функции, удовлетворяющие уравнениям Эйнштейна. Легко видеть, что метрика (3) имеет в качестве предела при $\mu, \nu \rightarrow 0$ метрику плоского пространства Минковского, что соответствует специальному выбору граничных условий далеко за пределами рассматриваемой системы. Этот выбор не является очевидным в случае кластеров, которые, согласно современным представлениям, погружены не в пустое пространство Минковского, а в пространство, наполненное темной материей и темной энергией.

Компоненты тензора Эйнштейна $G_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg_{\alpha\beta}$ в метрике (7) имеют вид

$$\begin{aligned} G_{pq} &= e^{-\mu} \left(\delta_{pq} - \frac{x^p x^q}{\rho^2} \right) \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \nu}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \nu}{\partial x^3{}^2} \right) - \frac{1}{4} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial x^3} \right)^2 \right] \right\} + \\ &\quad \left\{ -\frac{1}{2\rho} \frac{\partial \nu}{\partial \rho} + \frac{1}{4} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 - \left(\frac{\partial \mu}{\partial x^3} \right)^2 \right] \right\} \frac{x^p x^q}{\rho^2}, \\ G_{34} &= G_{4p} = 0, \\ G_{3p} &= \frac{x^p}{2\rho} \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \nu}{\partial x^3} + \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \frac{\partial \mu}{\partial x^3} \right), \\ G_{33} &= \frac{1}{2\rho} \frac{\partial \nu}{\partial \rho} - \frac{1}{4} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 - \left(\frac{\partial \mu}{\partial x^3} \right)^2 \right], \\ G_{44} &= e^{2\mu-\nu} \left\{ -\left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^3{}^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \nu}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \nu}{\partial x^3{}^2} \right) + \frac{1}{4} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial x^3} \right)^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

В частности для вакуума, полагая $G_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg_{\alpha\beta} = 0$, находим уравнения поля:

$$\begin{aligned}
 \omega_1 &= \frac{\partial^2 \mu}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^3} = 0, \\
 \omega_2 &= \frac{\partial v}{\partial \rho} - \frac{\rho}{2} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 - \left(\frac{\partial \mu}{\partial x^3} \right)^2 \right] = 0, \\
 \omega_3 &= \frac{\partial v}{\partial x^3} - \rho \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \frac{\partial \mu}{\partial x^3} = 0, \\
 \omega_4 &= \frac{\partial^2 v}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^3} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial x^3} \right)^2 \right] = 0.
 \end{aligned} \tag{5}$$

Можно проверить, что не все уравнения (5) являются независимыми и что выполняются следующие два соотношения

$$\omega_4 \equiv \frac{\partial \omega_2}{\partial \rho} + \frac{\partial \omega_3}{\partial x^3} + \rho \omega_1 \frac{\partial \mu}{\partial \rho}, \quad \rho \omega_1 \frac{\partial \mu}{\partial x^3} \equiv \frac{\partial \omega_2}{\partial x^3} - \frac{\partial \omega_3}{\partial \rho} \tag{6}$$

Следовательно, можно в качестве системы уравнений для определения двух функций $\mu = \mu(\rho, x^3), v = v(\rho, x^3)$ выбрать, например, первое и четвертое уравнения (5), имеем

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \mu}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^3} &= 0, \\
 \frac{\partial^2 v}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^3} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial x^3} \right)^2 \right] &= 0.
 \end{aligned} \tag{7}$$

Разрешая систему уравнений (7) приходим к определению статических полей гравитации в случае наличия осевой симметрии. Решение задачи не зависит от распределения материи, но зависит от граничных условий, которые можно сформулировать, например, на осях симметрии и на удаленной границе. В результате находим гравитационный потенциал, не используя объемных источников. В этом случае роль темной материи играют граничные условия, которые можно определить путем измерений скорости галактик, например по красному смещению.

Сила, действующая на частицу в статическом гравитационном поле, определяется в общем случае из выражения /35/

$$\mathbf{f} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \mathbf{v}^2/c^2}} \left\{ -\nabla \ln \sqrt{g_{44}} + \frac{\sqrt{g_{44}}}{c} [\mathbf{v}\mathbf{g}] \right\} \tag{8}$$

Здесь m, \mathbf{v} - масса и вектор скорости частицы, $g_\alpha = -g_{4\alpha} / g_{44}$ (все компоненты этого вектора равны нулю в случае метрики (3)).

Отметим, что в нерелятивистском пределе потенциал $\mu = 2\phi / c^2$, где ϕ - гравитационный потенциал в теории гравитации Ньютона. Из второго уравнения (7)

находим оценку $v \sim \mu^2 = 4\phi^2/c^4$. В случае движения галактик скорость и гравитационный потенциал связаны между собой, что позволяет оценить величину $\mu = 2\phi/c^2 \sim 10^{-3}$. В таком случае в первом приближении можно пренебречь малой величиной $v \sim \mu^2 \sim 10^{-6}$. В результате, как и в теории гравитации Ньютона, приходим к уравнению Лапласа для определения гравитационного потенциала.

Динамика отдельных тел моделируется в соответствии с теорией Ньютона с использованием выражения силы (8), что согласуется с гипотезой (2). Рассмотрим уравнение движения потока частиц в гравитационном поле в нерелятивистском приближении, имеем

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) \mathbf{v} = -\nabla \phi \quad (9)$$

В метрике (3) в случае стационарного радиального движения находим

$$\frac{\partial}{\partial R} \frac{\mathbf{v}^2}{2} = -\frac{\partial \phi}{\partial R} \quad (10)$$

Здесь радиальная координата $R = \sqrt{\rho^2 + z^2}$, $z = x^3$.

Отсюда находим зависимость потенциала от радиальной координаты

$$\phi(R) = \phi_0 - \frac{\mathbf{v}^2}{2} \quad (11)$$

В работе [11] был указан потенциал общего вида, который с хорошей точностью описывает гравитационное поле в спиральных галактиках

$$\phi(\rho, z) = \frac{m}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} + a \ln \rho + (1-n)b(\rho^2 + z^2) + \beta(\rho^2 - 2z^2) + nk\rho + \phi_0 \quad (12)$$

Здесь параметры $a, b, \beta, k, m, \phi_0$ вычисляются по данным скорости вращения.

Потенциал (12) является решением первого уравнения (7) с ненулевой правой частью при $n = 0; 1$ соответственно:

$$\frac{\partial^2 \mu}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} = \frac{\lambda}{\rho^n}, \quad n = 0; 1. \quad (13)$$

В частном случае $a = \beta = n = m = 0$ выражение (12) сводится к квадратичной зависимости

$$\phi(\rho, z) = b(\rho^2 + z^2) + \phi_0 = bR^2 + \phi_0 \quad (14)$$

Учитывая, что в нерелятивистском приближении $\mu = 2\phi/c^2$, имеем из (13) и (14)

$b = \lambda c^2/4$. Следовательно, уравнение (11) сводится в этом случае к виду

$$\frac{\mathbf{v}^2}{2} = -bR^2 = -\frac{\lambda c^2}{4}R^2 \quad (15)$$

Записывая это уравнение в векторном виде, что справедливо в рассматриваемом случае радиального течения, находим окончательно

$$\mathbf{v} = \sqrt{\frac{-\lambda}{2}}c\mathbf{R} = H\mathbf{R} \quad (16)$$

Здесь H - постоянная Хаббла. Таким образом, мы вывели основной закон космологии, связанный с расширением Вселенной, используя модель (2) и метрику (3), а также установили физический смысл параметра λ , фигурирующего в модели (2). Отметим, что обычно закон (16) выводится из модели изотропной Вселенной, в которой красное смещение связано со скоростью и расстоянием до источника излучения уравнением /35/

$$v = \hat{z}c = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0}c = HR \quad (17)$$

На практике наблюдают красное или синее смещение, по которому определяют скорость, согласно уравнению (17), а по скорости оценивают расстояние, используя в случае красного смещения закон Хаббла. Очевидно, что для этого необходимо знать постоянную Хаббла. Этот параметр определяют по ряду измерений расстояний до галактик.

Моделирование движения галактик в Суперкластере

Численная модель течения в Суперкластере была создана на основе системы /37/. Для определения движения галактик мы использовали уравнения (16) и (17) с базой данных `AstronomicalData["DeepSkyObject"]`, содержащей угловые координаты, параметры красного смещения, радиальной скорости и расстояния для 13294 объектов с величиной смещения вплоть до 0.3132. Из этих данных было отобрано 8000 объектов с величиной смещения 0.06 для моделирования течения и 731 объект с известным расстоянием для нахождения постоянной Хаббла. На рис. 1 представлены данные по зависимости радиальной скорости от красного смещения и расстояния – левый и правый рисунок соответственно. Скорость дана в м/с, а расстояние в световых годах. Из этих данных видно, что для нахождения скорости, очевидно, использовалось линейное уравнение (17), а для нахождения расстояния использовались различные методы, что привело к большому рассеянию данных. Считается, что это рассеяние обусловлено пекулярной скоростью объектов /8/.

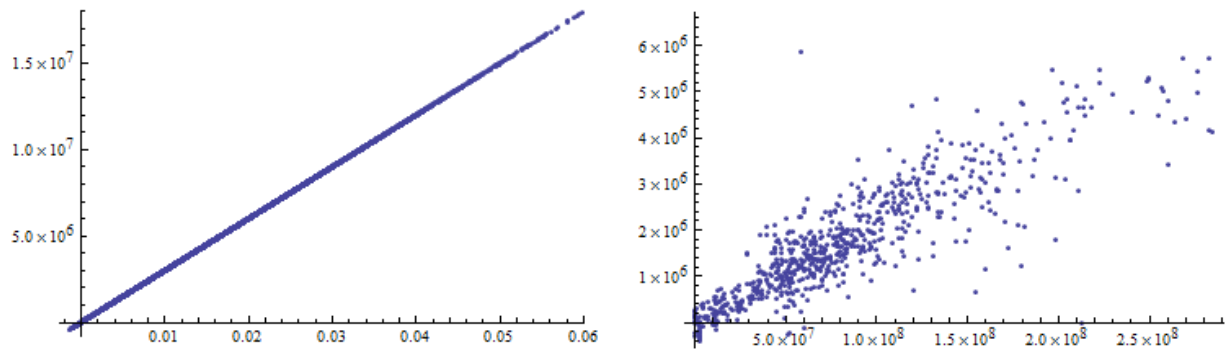


Рис. 1. Зависимость радиальной скорости объектов от величины красного смещения и от расстояния до объектов в световых годах.

Используя вычисленное значение постоянной Хаббла и величину красного смещения, можно определить расстояние до объектов. Зная угловые координаты и расстояние, отобразим все объекты в трехмерное евклидово пространство. На рис. 2 представлена 3D модель Суперкластера в масштабе сотен мегапарсек, в которой каждый объект представлен сферой. На левом рисунке хорошо просматривается горловина, которая как бы делит Суперкластер на две части, что физически обусловлено наличием зоны недоступности для наблюдения из-за того, что часть неба скрыта плоскостью нашей Галактики. Отметим, что полученная структура имеет форму гантели /3/ или бабочки, но не блина, как предполагалось в работах /1-2, 4/ и других.

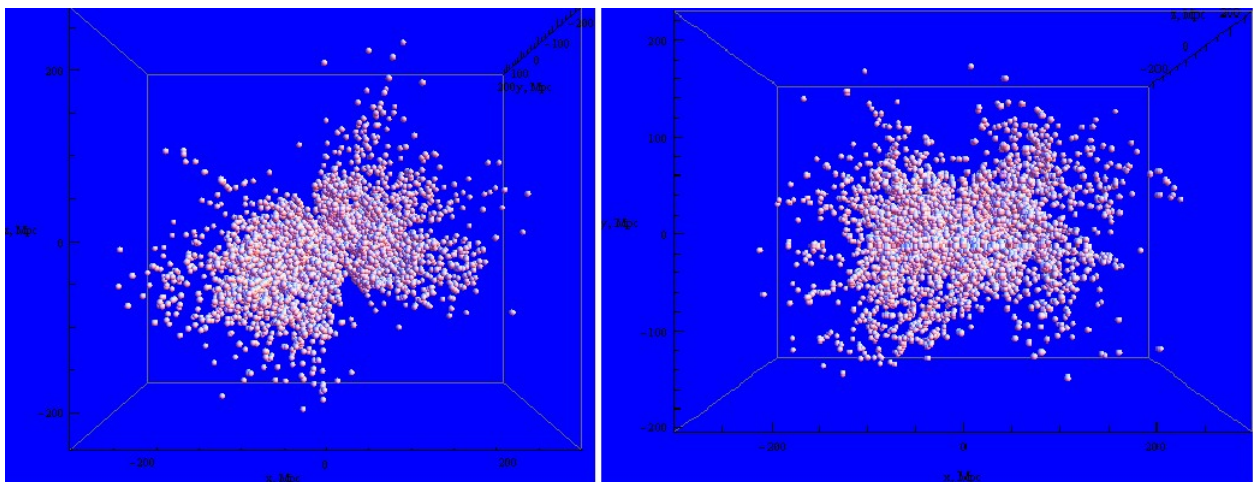


Рис. 2. Трехмерная модель Суперкластера в масштабе 500 мегапарсек.

Используя совокупность материальных точек, показанных на рис. 2, можно определить параметры среднего течения в проекции на каждую плоскость трехмерного куба. Эти проекции будут иллюстрацией того, что видит наблюдатель, не находящийся в центре симметрии системы. На первый взгляд, кажется, что поскольку наш Суперкластер обладает конечным размером и определенной формой, каждый наблюдатель будет видеть http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR_2_12_2013.pdf

нечто иное, чем другой, а течение типа (16) вообще не должно наблюдаться изнутри Суперкластера. В действительности же, наблюдатели в масштабе 500, 250 и 125 мегапарсек будут видеть приблизительно одну и ту же картину – рис. 3.

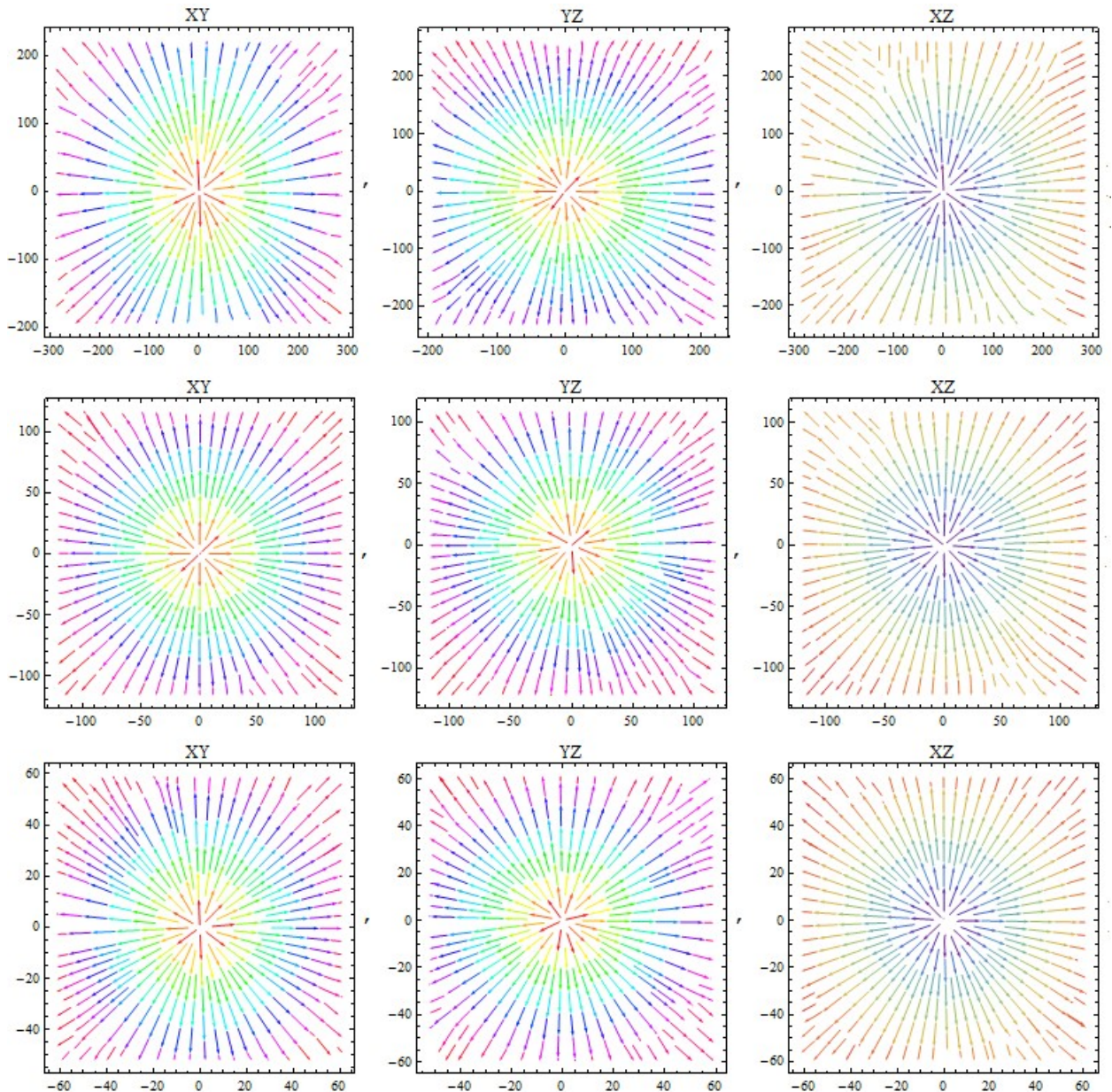


Рис. 3. Проекция течения (16) на плоскости куба в разном масштабе – 500, 250 и 125 мегапарсек: во всех масштабах хорошо просматривается радиальное течение (16).

Существенное различие начинается только в ближней зоне в масштабе 25 мегапарсек – рис. 4. В этом случае проявляются зоны возвратного течения и различные аттракторы, которые являются предметом изучения на основе моделей /4-9/ и других. Отметим, что кластер Девы, который считается местным аттрактором, находится на расстоянии 16.5 мегапарсек от Земли.

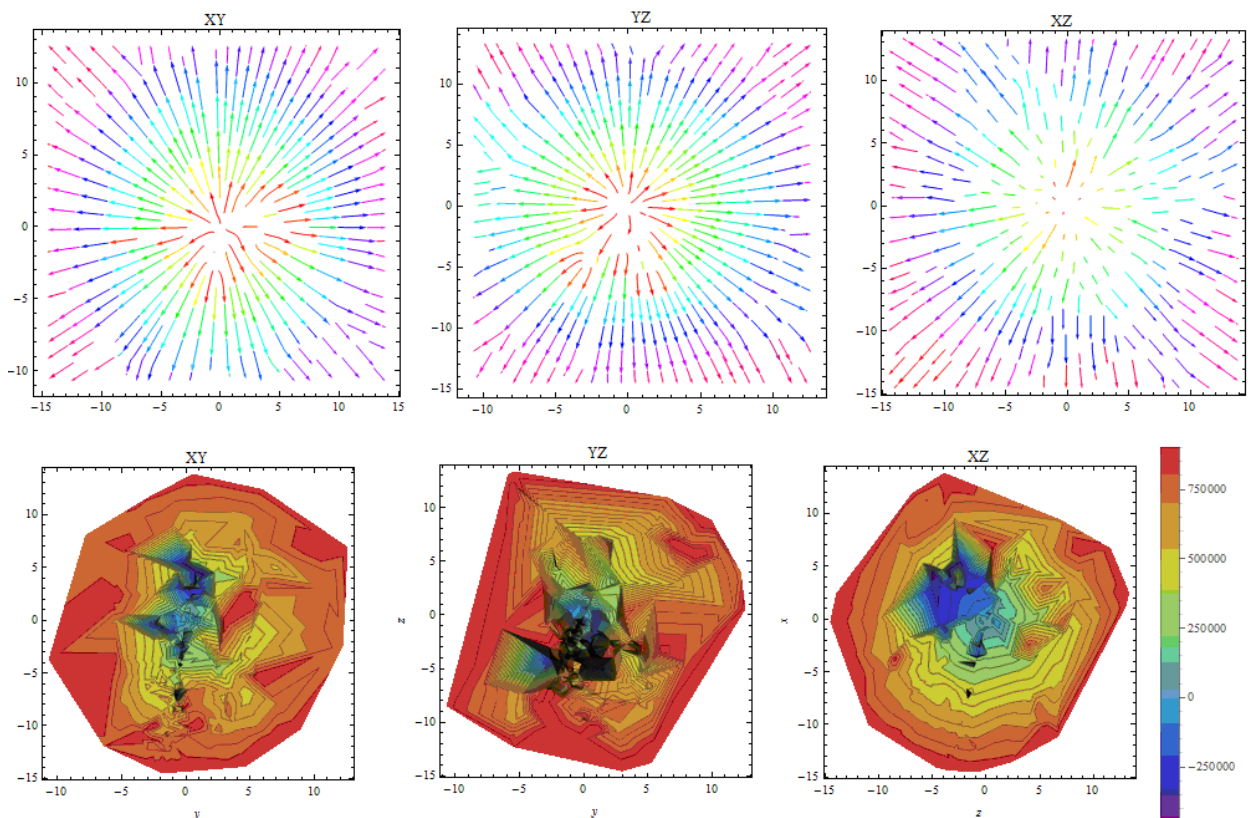


Рис. 4. Течение в ближней зоне в масштабе 25 мегапарсек: хорошо видны зоны возвратного течения, в котором красное смещение сменяется на синее, то есть скорость течения меняет знак. На нижних рисунках показаны изолинии радиальной компоненты скорости (м/с) в зависимости от расстояния в мегапарсеках.

Однако при увеличении масштаба в два раза основное течение начинает преобладать во всем объеме – рис. 5. Отметим, что во всех масштабах на рис. 4-5 хорошо просматривается своеобразная форма Суперкластера, которая в стандартных моделях /4-6/ объясняется гравитационной неустойчивостью. С точки зрения модели (2) обычная материя является случайным компонентом, поэтому распределение объектов в Суперкластере является скорее случайным, нежели закономерным – рис. 2. Движение материи обусловлено метрикой (3), поэтому оно представляется как организованное течение во всех масштабах – рис. 3-6. Если бы материя в Суперкластере обладала собственным законом движения, то никакого организованного движения не наблюдалось бы, так как распределение материи не обладает симметрией, а наблюдаемое течение является симметричным в большом масштабе.

Мы, таким образом, показали, что галактический гравитационный потенциал общего вида (12) можно использовать для моделирования движения галактик в кластере. Значительное отклонение реального течения от закона Хаббла (16) в области масштабов 25 мегапарсек свидетельствует, что исходное допущение о виде потенциала во внутренней http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR_2_12_2013.pdf

области в форме (14) нарушено, поэтому следует рассмотреть потенциал общего вида (12). Отметим, что этот потенциал при определенных значениях параметров описывает гравитационное поле в окрестности звезды (потенциал точечной массы), галактики /11/ и кластера (указанное выше решение (16)).

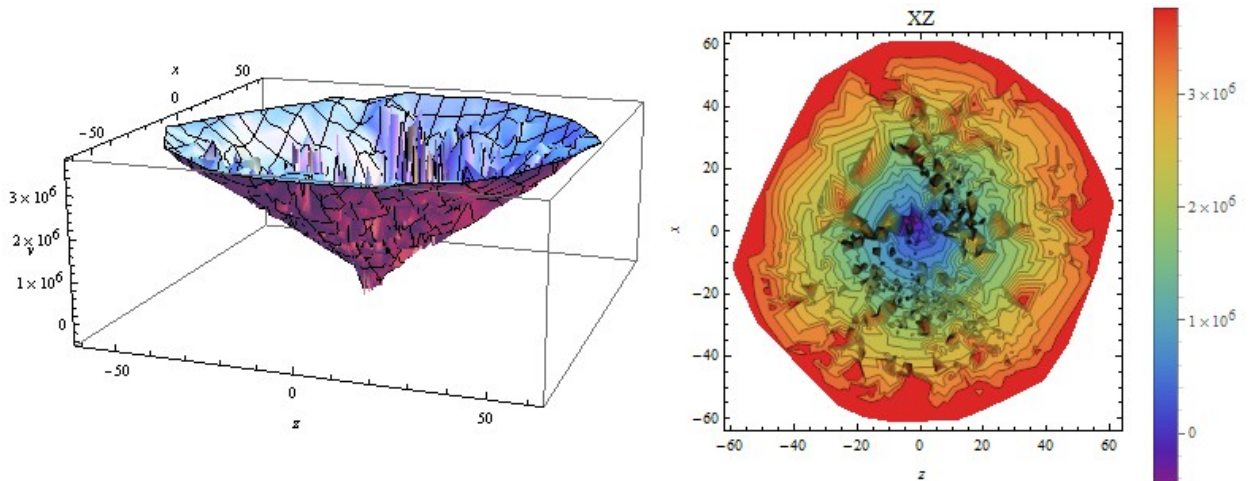


Рис. 5. Изолинии радиальной компоненты скорости (м/с) в зависимости от расстояния в мегапарсеках в проекции на плоскость XZ.

Следовательно, нами установлено, что квадратичное слагаемое гравитационного потенциала (12) соответствует основному радиальному течению, связанному с расширением Вселенной. Отметим, что потенциал (12) был получен в нашей работе /11/ на основе обработки эмпирических данных для 50 спиральных галактик /38-39/, поэтому его можно рассматривать как результат суммы галактических полей, каждое из которых определяется по методу /11/ путем обработки данных по скорости вращения нейтрального водорода в спиральных галактиках. Поскольку основной вклад на больших масштабах дает квадратичное слагаемое, можно восстановить гравитационный потенциал кластера галактик, используя экспериментальные данные по гравитационным потенциалам и координатам отдельных галактик в виде

$$\varphi(\mathbf{R}) = \sum_i b_i (\mathbf{R} - \mathbf{R}_i)^2 = R^2 \sum_i b_i - 2\mathbf{R} \cdot \sum_i b_i \mathbf{R}_i + \sum_i b_i R_i^2 \quad (18)$$

Здесь $\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_i(t)$ – радиус-вектор галактики с номером i . Можно предположить, что соответствующие квадратичные и линейные слагаемые возникают в галактическом гравитационном потенциале (12) в результате суммирования полей звездных кластеров и звезд. Это дает, с одной стороны, возможность обнаружения вклада темной материи и темной энергии в динамику Солнечной системы, а, с другой стороны, показывает, что этот

вклад является крайне малым и составляет b_0 / N_0 , где N_0 - число звезд в нашей Галактике. Если потенциал Галактики представлен только квадратичным слагаемым, то верхняя оценка эффекта выражается через орбитальную скорость Солнца и радиус Галактики в виде $b_0 \approx (u_0 / R_0)^2$, $b_0 / N_0 \approx 10^{-41} \text{ м}^2/\text{с}^2$. Столь малый эффект, очевидно, не может быть обнаружен по движению небесных тел в Солнечной системе.

Моделирование пекулярной скорости

Модель движения галактик в кластере включает уравнения (9) и (18):

$$\frac{d^2 \mathbf{R}_j}{dt^2} = -2 \sum_i^N b_i (\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i), \quad j = 1, \dots, N. \quad (19)$$

Здесь N - число галактик в кластере. Радиальное течение типа (16) является решением системы уравнений (19) при дополнительных условиях

$$-2 \sum_i b_i = H^2, \quad \sum_i b_i \mathbf{R}_i = 0 \quad (20)$$

В этом случае $\mathbf{R}_j(t) = \mathbf{R}_j(0) \exp(Ht)$, поэтому $\mathbf{v}_j = H \mathbf{R}_j$, что и требовалось доказать. Предположить, что условие (20) выполняется хотя бы в одной точке кластера, которую можно выбрать за начало системы координат. Тогда в этой системе координат будет наблюдаться радиальное течение типа (16), а во всех остальных системах координат будет наблюдаться то же самое течение, но с учетом сдвига начала координат и преобразований скорости при переходе в подвижную систему отсчета. Поэтому, если каждая галактика движется по закону (16), то при наблюдении из любой галактики картина течения не меняется.

Однако в общем случае условия (20) могут не выполняться ни в одной точке. Ослабим второе условие, полагая

$$-2 \sum_i b_i = H^2, \quad 2 \sum_i b_i \mathbf{R}_i = \mathbf{V} \quad (21)$$

Предположим, что вектор \mathbf{V} зависит от времени по закону

$$\mathbf{V}(t) = \mathbf{V}(0)(1 + kt)e^{Ht}.$$

Тогда общее решение системы уравнений (19) при дополнительных условиях (21) имеет вид

$$\mathbf{R}_j(t) = \frac{1}{2H} (\mathbf{R}_j(0)H + \mathbf{v}_j(0))e^{Ht} + \frac{1}{2H} (\mathbf{R}_j(0)H - \mathbf{v}_j(0))e^{-Ht} - \frac{1+kt}{H^2} \mathbf{V}(0)e^{Ht} \quad (22)$$

Это выражение можно упростить, положив в начальный момент времени $\mathbf{v}_j(0) = \mathbf{R}_j(0)$, тогда получим

$$\mathbf{R}_j(t) = \mathbf{R}_j(0)e^{Ht} - \frac{1+kt}{H^2} \mathbf{B}(0)e^{Ht} \quad (23)$$

Отсюда, вычисляя скорость, находим

$$\mathbf{v}_j(t) = H\mathbf{R}_j(0)e^{Ht} - \frac{1+kt}{H} \mathbf{B}(0)e^{Ht} - \frac{k}{H^2} \mathbf{B}(0)e^{Ht} = H\mathbf{R}_j(t) - \frac{k}{H^2} \mathbf{B}(0)e^{Ht} \quad (24)$$

Первое слагаемое в правой части (24) соответствует радиальному течению (16), а второе слагаемое описывает отклонение от радиального течения. Прямое вычисление вектора \mathbf{B} для решения (23) приводит к следующему выражению

$$\mathbf{B}(t) = e^{Ht} 2 \sum_i b_i \mathbf{R}_i(0) + \mathbf{B}(0)e^{Ht}(1+kt) = \mathbf{B}(0)e^{Ht}(1+kt)$$

Следовательно, решение (23) существует при дополнительных условиях

$$- 2 \sum_i b_i = H^2, \quad 2 \sum_i b_i \mathbf{R}_i(0) = 0 \quad (24)$$

Чтобы отобразить векторное поле (24) в пространстве, исключим из него быстро растущий со временем экспоненциальный множитель, используя уравнение (23), имеем

$$e^{Ht} = R_j(t) / \left| \mathbf{R}_j(0) - \frac{1+kt}{H^2} \mathbf{B}(0) \right| \quad (25)$$

Без ограничения общности положим $R_j(0) = 0$, что совместно с условиями (24).

Тогда искомое векторное поле имеет вид

$$\mathbf{v}(\mathbf{R}) = H\mathbf{R} - \frac{kR}{|1+kt(R)|} \frac{\mathbf{B}(0)}{B(0)} \quad (26)$$

Здесь функция $t(R)$ является решением уравнения

$$|1+kt|e^{Ht} = H^2 R / B(0) \quad (27)$$

На рис. 6 представлены линии тока течения (26). Хорошо видно, что в большом масштабе наблюдается радиальное течение, а в малом масштабе есть зона возвратного течения, которая соответствует синему смещению на рис. 4. Качественно это совпадает с наблюдаемой картиной течения в Суперкластере, приведенной на рис. 3-5. Таким образом, мы показали, что квадратичный потенциал (18) и соответствующая система линейных уравнений (19) могут быть использованы для моделирования течения в Суперкластере. Для создания численной модели необходимо определить параметры, фигурирующие в уравнениях (26)-(27): три компоненты единичного вектора $\mathbf{B}(0)/B(0)$ и параметры $H, H^2/B(0), k$.

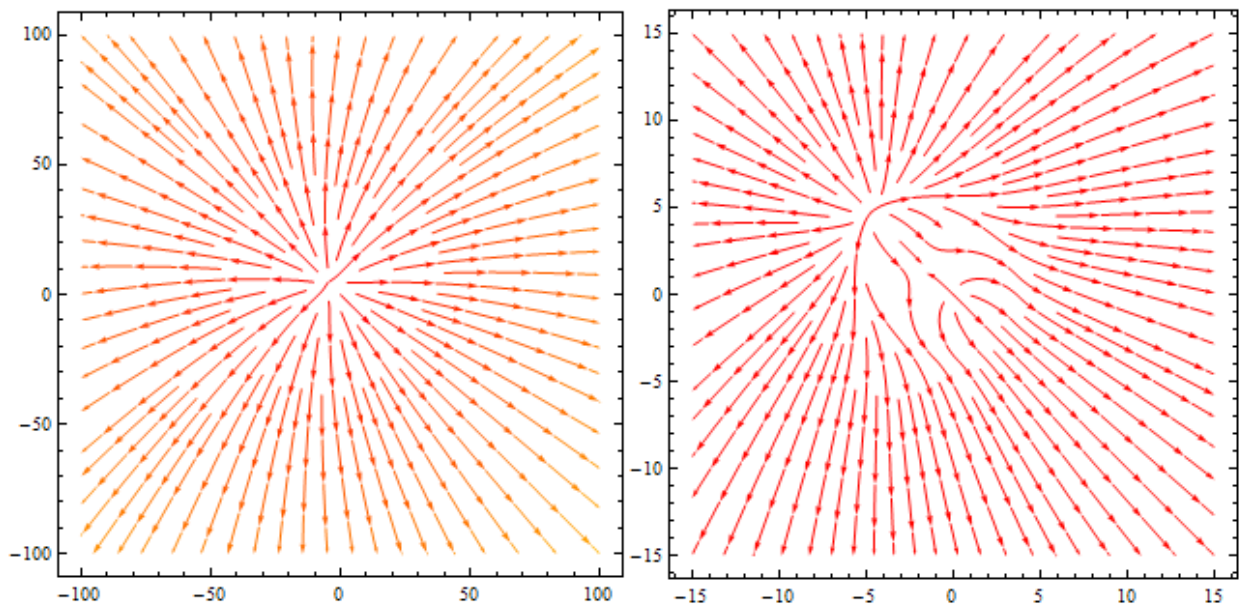


Рис. 6. Линии тока течения (26): в большом масштабе порядка 200 мегапарсек наблюдается радиальное течение, а в малом масштабе порядка 30 мегапарсек видна зона возвратного течения, соответствующая синему смещению.

Дальнейшее развитие модели связано с точным определением констант на основе имеющихся данных и с установлением новой шкалы расстояний. Однако эти задачи выходят за рамки настоящего исследования.

Библиографический список

1. Gerard de Vaucouleurs. Further evidence for a local super-cluster of galaxies: rotation and expansion//Astronomical Journal, Vol. 63, p. 253, 1958.
2. Sidney van den Bergh. The Local Supercluster of Galaxies//Astronomical Society of the Pacific, Vol. 72, No. 427, p.312-313, 1960.
3. Lahav O., Santiago B. X., Webster A. M., Strauss Michael A., Davis M., Dressler A., Huchra J. P. The supergalactic plane revisited with the Optical Redshift Survey//Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 312, Issue 1, pp. 166-176.
4. Zel'dovich, Ya. B. Gravitational instability: An approximate theory for large density perturbations//Astronomy and Astrophysics, Vol. 5, p. 84 - 89, 1970.
5. С.Н. Гурбатов, А.И. Саичев, С.Ф. Шандарин. Крупномасштабная структура Вселенной. Приближение Зельдовича и модель слипания//УФН 182, 233–261, 2012.
6. Peebles P.J.E. The peculiar velocity field in the local supercluster// ApJ, 205, 318,1976.
7. LAHAV O., LILJE P. B., PRIMACK J. R., REES M. J. DYNAMIC EFFECTS OF THE COSMOLOGICAL CONSTANT//MON NOT R ASTRON SOC, 251, 128 — 136, 1991.
8. Karen L. Masters. GALAXY FLOWS IN AND AROUND THE LOCAL SUPERCLUSTER/Ph.D.Thesis, Cornell University 2005.

9. Gabriella De Lucia, Simone Weinmann, Bianca M. Poggianti, Alfonso Aragon-Salamanca, Dennis Zaritsky. The environmental history of group and cluster galaxies in a Λ CDM Universe//arXiv:1111.6590v2 [astro-ph.CO] 23 Mar 2012
10. Alexander Trunev. On the metric of virtual worlds// Chaos and Correlation, November 23, 2013.
11. Alexander Trunev. Galactic Metrics and General Relativity // Chaos and Correlation, December 2, 2013.
12. Einstein A. Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., 1917, 1, 142—152; Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т. 1. – М., Наука, 1965, с. 601.
13. Einstein A. Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie. Ann. Phys., 1918, 55, 241—244; Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т. 1. – М., Наука, 1965, с. 613.
14. Einstein A. Zum kosmologischen Problem der allgemeinen Relativitätstheorie. Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1931, 235—237; Альберт Эйнштейн. Собрание научных трудов. Т. 2. – М., Наука, 1966, с. 349.
15. Adam G. Riess *et al.* Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and Cosmological Constant// arXiv: astro-ph/ 9805201, 15 May, 1998.
16. George F R Ellis, Henk van Elst. Cosmological models//arXiv:gr-qc/9812046v5 2 Sep 2008.
17. P. W. Higgs. Broken symmetries, massless particles and gauge fields // Phys. Lett.. — 1964. — Vol. 12. — P. 132—133.
18. P. W. Higgs. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons // Phys. Rev. Lett.. — 1964. — Vol. 13. — P. 508—509.
19. Sundance O. Bilson-Thompson, Fotini Markopoulou, Lee Smolin. Quantum gravity and the standard model// arXiv:hep-th/0603022v2
20. Трунев А.П. Моделирование метрики адронов на основе уравнений Янга-Миллса // Научный журнал КубГАУ, 2012. – №10(084). С. 874 – 887.
<http://ej.kubagro.ru/2012/10/pdf/68.pdf>
21. Zeldovich, Y. B. The Cosmological Constant and the Theory of Elementary Particles// Soviet Physics Uspekhi vol. 11, 381-393, 1968.
22. F. J. Amaral Vieira. Conceptual Problems in Cosmology//arXiv:1110.5634v1 [physics.hist-ph] 25 Oct 2011
23. S.E. Rugh and H. Zinkernagel. The Quantum Vacuum and the Cosmological Constant Problem//Studies in History and Philosophy of Modern Physics, 33(4), 2002.
24. C.P. Burgess. The Cosmological Constant Problem: Why it's hard to get Dark Energy from Micro-physics//arXiv:1309.4133v1 [hep-th] 16 Sep 2013
25. Einstein A., Infeld L., Hoffmann B. Gravitational Equations and Problems of Motion // Ann. Math., 39,65-100, 1938.
26. C. Misner and J. Wheeler. Classical Physics as Geometry // Ann. of Phys., 2, No. 6, 525—603, 1957.
27. Wheeler, J. A. On the Nature of Quantum Geometrodynamics// Annals of Physics 2, No, 6 (Dec 1957): 604 – 614.
28. John A Wheeler. Neutrinos, Gravitation, and Geometry/ In Rendiconti della Scuola internazionale di fisica "Enrico Fermi." Corso XI, by L. A.Radicati. Bologna: Zanichelli, 1960, 67 – 196.
29. A.Z. Petrov. New methods in general relativity. - Moscow: Nauka, 1966.
30. K. Schwarzschild. Über das Gravitations-feld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie// Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Phys.-Math. Klasse, 189–196 (1916); On the Gravitational

- Field of a Mass Point according to Einstein's Theory//arXiv:physics/9905030v1 [physics.hist-ph] 12 May 1999.
31. Weyl H., Zur Gravitationstheorie, Ann. Phys. 54, 1917; Weyl H., Bemerkung uber die axialsymmetrischen Losungen der Einsteinschen Gravitationsgleichungen, Ann. Phys. 59, 1919.
 32. Levi-Civita T., ds² Einsteiniani in campi Newtoniani, Atti Accad. Naz. dei Lincei 27, fasc. 7—8, Roma, 1918; ds² Einsteiniani in campi Newtoniani, Atti Accad. Naz. Lincei 28, 1919;
 33. Delsarte J. Sur les ds² d'Einstein a symetrie axiale. - Paris, 1934; Delsarte J. Sur les ds² binaires et le probleme d'Einstein, Journ Math. Pures Appl. 13, 19, 1934.
 34. P. Szekeres. A class of inhomogeneous cosmological models//Comm. Math. Phys. Volume 41, Number 1 (1975), 55-64.
 35. L.D. Landau, E.M. Lifshitz (1971). The Classical Theory of Fields. Vol. 2 (3rd ed.). Pergamon Press. ISBN 978-0-08-016019-1.
 36. M. A. Troxel, Austin Peel, Mustapha Ishak. Effects of anisotropy on gravitational infall in galaxy clusters using an exact general relativistic model//arXiv:1311.5651 [astro-ph.CO]
 37. Wolfram Mathematica 9, <http://www.wolfram.com/mathematica/>
 38. Yoshiaki Sofue and Vera Rubin. Rotation Curves of Spiral Galaxies// Ann. Rev. Astron. Astrophys. 39 (2001) 137-174.
 39. Sofue Y. 1999. Publ. Astron. Soc. Japan. 51:445// <http://www.ioa.s.u-tokyo.ac.jp/~sofue/h-rot.htm>