Chaos and Correlation
International Journal, December 29, 2014

ТОПОЛОГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЗАРЯДА В 6D

ELECTRIC CHARGE TOPOLOGY IN 6D

Трунев Александр Петрович
к.ф.-м.н., Ph.D.
Директор, A&E Trounev IT Consulting, Торонто, Канада

Alexander Trunev
Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D.
Director, A&E Trounev IT Consulting, Toronto, Canada

Построены волновые решения уравнений Эйнштейна в шестимерном пространстве-времени с сигнатурой метрики (+,+,+,-,-,-). Показано, что решениях такого типа могут быть использованы для моделирования электрического заряда.

Ключевые слова: ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ, ТЕОРИЯ ГРАВИТАЦИИ ЭЙНШТЕЙНА, ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ, ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЗАРЯД, ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Wave solutions of Einstein's equations in the six-dimensional space-time with metric signature (+, +, +, -, -, -) have been found. It is shown that solutions of this type can be used to model the structure of the electric charge.

Keywords: GENERAL RELATIVITY, GRAVITATIONAL WAVES, ELEMENTARY PARTICLES, ELECTRIC CHARGE ELECTROMAGNETIC WAVES

Введение

Топология электрического заряда является одной из загадок современной физики. В теории Максвелла [1] заряд является источником или стоком электрического флюида. Таким образом, в модели Максвелла не сохраняется масса электрического флюида, который он поэтому вынужден был считать невесомым [1]. Модель электрического заряда Максвелла приводит к ряду парадоксов, которые так и не были решены в рамках классической электродинамики.

Эйнштейн и Розен [2] построили модель элементарной частицы в общей теории относительности, согласно которой нейтральная или заряженная частица (обладающая электрическим зарядом) представляет собой горловину, соединяющую два листа пространства. Эта модель подверглась критике [3] из-за ее очевидных недостатков – отсутствия механизма квантования заряда, спина и невозможности предсказать в ее рамках отношение заряда к массе.

Роберт Орос ди Бартини [4-5] предложил модель электрического и гравитационного заряда в форме осциллятора совершающего движение в шестимерном пространстве, содержащем три координаты времени. Построенная им система физических единиц отображает соотношения, возникающие при движении уникального объекта в пространстве с сигнатурой метрики $(+,+,+,-,-,-)$. Однако ни соответствующей метрики, ни решений уравнений Эйнштейна в работах [4-5] не обсуждалось.

Урусовский [6-7] исследовал гравитацию в шестимерных пространствах в метрике Папапетру [8], в которой гравитационные волны затухают экспоненциально. Однако такого типа волны не соответствуют гипотезе [4-5], поэтому представляется интересным указать такую метрику, в которой гравитационные волны не затухают, создавая постоянное движение материи, являющееся источником электрического поля в духе теории Максвелла [1].

Отметим, что электроны и кварки, возможно, обладают внутренней структурой, поэтому топологию элементарного электрического заряда следует рассматривать в отношении таких частиц, заряд которых уже не дробится. Такой частицей, видимо, является преон [8-15], поэтому дальнейшие рассуждения относятся к структуре гипотетических частиц преонов.

Поскольку модель элементарной частицы, обладающей электрическим зарядом, может быть построена не только в теории Эйнштейна, но и в теории Янга-Миллса [16-17], возникает естественный вопрос о происхождении электромагнитного поля. Должны ли мы считать, что электрический заряд это часть метрики, которая описывается моделью типа [2], или это более сложное образование, возникающее, например, при взаимодействии скалярного поля с электромагнитным полем по механизму аналогичному механизму образования массы в теории Хиггса [18]?

В первом случае можно ограничиться гипотезой «все из геометрии!» [2-3], включая и электрический заряд, и электромагнитное поле, тогда как во втором случае необходимо указать первичный источник электромагнитного поля. В этой связи заметим, что Максвелл рассматривал электромагнитное поле как форму движения некого флюида, который, возможно, идентичен светоносному эфиру. В таком случае стоки и источники этого флюида следует рассматривать во взаимодействии с самим флюидом.

Эйнштейн, точку зрения которого мы разделяем, предполагал, что электромагнитное поле это часть метрики, которая может быть описана в рамках подходящей метрической теории гравитации типа аффинной теории Вейля [19] или пятимерной теории Калуцы [20].

В настоящей работе мы рассматриваем теорию гравитации в шестимерном пространстве с сигнатурой метрики $(+,+,+,-,-,-)$. Получено решение задачи, впервые поставленной в [4-5], об элементарном вращающемся осцилляторе, который является стоком или источником. Таким образом, построена нестационарная модель электрического заряда в рамках теории относительности Эйнштейна.

Супергравитация и движение материи

Общая теория относительности является основной современной космологии и квантовой теории гравитации. Уравнения гравитационного поля Эйнштейна имеют вид:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = g_{\mu\nu} \Lambda + \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \tag{1}$$

$R_{\mu\nu}, g_{\mu\nu}, T_{\mu\nu}$ - тензор Риччи, метрический тензор и тензор энергии-импульса; Λ, G, c - космологическая постоянная Эйнштейна, гравитационная постоянная и скорость света соответственно.

В общем случае имеют место соотношения

$$
\begin{aligned}
&R_{ik} = R^{j}_{ijk}, \quad R = g^{ik} R_{ik}, \\
&R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} = \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\beta\delta}}{\partial x^{\gamma}} - \frac{\partial \Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma}}{\partial x^{\delta}} + \Gamma^{\mu}_{\beta\delta}\Gamma^{\alpha}_{\mu\gamma} - \Gamma^{\mu}_{\beta\gamma}\Gamma^{\alpha}_{\mu\delta}, \\
&\Gamma^{i}_{jk} = \frac{1}{2} g^{is}\left(\frac{\partial g_{sj}}{\partial x^{k}} + \frac{\partial g_{sk}}{\partial x^{j}} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^{s}}\right)
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

$R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta}$ - тензор Римана, Γ^{i}_{kl} – символы Кристоффеля второго рода.

Тензор энергии-импульса материи в уравнении (1), вообще говоря, зависит от гравитационного поля. В этой связи Эйнштейн и Инфельд [21] сформулировали программу, согласно которой материя может быть представлена как сингулярные решения гравитационных уравнений в пустом пространстве.

Этот подход к решению проблемы происхождения материи не является единственным. Чтобы сохранить основную идею определения метрики в теории гравитации Эйнштейна, можно предположить [22-28], что уравнение Эйнштейна (1) распадается на два независимых уравнения:

$$
\begin{aligned}
&R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = k g_{\mu\nu} \\
&\frac{8\pi G}{c^{4}} T_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}(k - \Lambda)
\end{aligned}
\qquad (3)
$$

Здесь k – некоторая функция, зависящая от размерности пространства. Отметим, что первым уравнением определяется метрика пространства-времени, а вторым уравнением задается распределение материи, которое соответствует этой метрике. Эта гипотеза соответствует идее о происхождении материи из гравитационного поля, но без специального предположения о наличии сингулярности метрики.

В работе [22] модель (3) была использована для построения метрики неоднородной вращающейся Вселенной. Был предложен механизм производства материи из темной энергии путем фазового перехода. В работах [23-28] представленная модель квантовой гравитации в многомерных пространствах размерностью D с метрикой

$$ds^2 = \psi(t,r)dt^2 - p(\psi)dr^2 - d\phi_1^{\ 2} - \sin^2\phi_1 d\phi_2^{\ 2} - \sin^2\phi_1 \sin^2\phi_2 d\phi_3^{\ 2} - \\ \ldots - \sin^2\phi_1 \sin^2\phi_2 \ldots \sin^2\phi_{N-1} d\phi_N^{\ 2} \tag{4}$$

Здесь $\phi_1, \phi_2, ..., \phi_N$ - углы на единичной сфере, погруженной в $D-1$ мерное пространство. Метрика (4) описывает многие важные случаи симметрии, используемые в физике элементарных частиц. Такой подход позволяет охватить многообразие материи, которую производит фабрика природы, путем выбора уравнения состояния $p = p(\psi)$ [22-28].

В шестимерном пространстве с сигнатурой метрики $(+,+,+,-,-,-)$ можно построить естественное обобщение метрики (4) на случай наличия двух центров симметрии в виде

$$ds^2 = \psi(t,r)dt^2 + d\chi_1^{\ 2} + \sin^2\chi_1 d\chi_2^{\ 2} - p(\psi)dr^2 - d\phi_1^{\ 2} - \sin^2\phi_1 d\phi_2^{\ 2} \tag{5}$$

Здесь $\chi_1, \chi_2, \phi_1, \phi_2$ - углы на единичных сферах, погруженных в трехмерные пространства; t, r - координаты, связанные со временем и расстоянием в трехмерном пространстве соответственно. Отметим, что связь со стандартными единицами времени и длины устанавливается путем согласования физических законов, выраженных в метрике (5) и в стандартной метрике.

Рассмотрим гравитацию в пространствах с метрикой (5). Уравнение Эйнштейна в форме (3) является универсальным, поэтому обобщается на пространство любого числа измерений. Движение материи будем описывать уравнением Гамильтона-Якоби, которое также обобщается на любое число измерений, имеем

$$g^{ik}\frac{\partial S}{\partial x^i}\frac{\partial S}{\partial x^k}=0 \tag{6}$$

Заметим, что только четыре компоненты тензора Эйнштейна в метрике (5) отличны от нуля:

$$G_{ik}=R_{ik}-\frac{1}{2}Rg_{ik}=G_{22}\begin{pmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&1&0&0&0&0\\0&0&\sin^2\chi_2&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&-1&0\\0&0&0&0&0&-\sin^2\phi_2\end{pmatrix} \tag{7}$$

Следовательно, в этом случае в первом уравнении (3) следует положить $k=0$, тогда уравнения поля в метрике (5) сводятся к одному уравнению второго порядка $G_{22}=0$. Отсюда находим

$$-p'\psi_{tt}+\psi_{rr}=-\frac{pp'-2p''p\psi+p'^2\psi}{2p\psi}\psi_t^{\,2}+\frac{p+p'\psi}{2p\psi}\psi_r^2 \tag{8}$$

Отметим, что уравнение (8) изменяет свой тип в зависимости от знака производной p':

в области $p'<0$ уравнение (8) имеет эллиптический тип;

в области $p'>0$ уравнение (8) имеет гиперболический тип;

в области $p'=0$ уравнение (8) имеет параболический тип.

Сигнатура метрики (5) не меняется, если потребовать дополнительно $p(\psi)>0,\psi>0$.

Уравнение Гамильтона-Якоби в метрике (5) имеет вид

$$\begin{gathered}\frac{1}{\psi}\left(\frac{\partial S}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial S}{\partial \chi_1}\right)^2+\sin^{-2}\chi_1\left(\frac{\partial S}{\partial \chi_2}\right)^2 \\ -\frac{1}{p}\left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)^2-\left(\frac{\partial S}{\partial \phi_1}\right)^2-\sin^{-2}\phi_1\left(\frac{\partial S}{\partial \phi_2}\right)^2=0\end{gathered} \qquad (9)$$

Уравнение (9) можно проинтегрировать при некоторых предположениях, используя метод, который предложил Шредингер [29]. Суть метода состоит в том, чтобы представить решение уравнения (9) в виде

$$S = S_{cl} + \hbar \ln \Psi_S \qquad (10)$$

Здесь в теорию в явном виде вводится классическое действие - S_{cl}, постоянная Планка и волновая функция Ψ_S. В случае метрики (5) удобно будет выбрать в качестве переменных квантовой механики углы на единичных сферах, а в качестве координат классического действия – время и радиальную координату. Тогда уравнение (9) разделяется на два уравнения

$$\begin{gathered}\frac{1}{\psi}\left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial t}\right)^2-\frac{1}{p}\left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial r}\right)^2=M^2 \\ \left(\frac{\partial \Psi_S}{\partial \phi_1}\right)^2+\sin^{-2}\phi_1\left(\frac{\partial \Psi_S}{\partial \phi_2}\right)^2-\left(\frac{\partial \Psi_S}{\partial \chi_1}\right)^2-\sin^{-2}\chi_1\left(\frac{\partial \Psi_S}{\partial \chi_2}\right)^2=\frac{M^2}{\hbar^2}\Psi_S^2\end{gathered} \qquad (11)$$

Здесь M – произвольная постоянная.

Гравитационные волны

Рассмотрим гравитационные волны, которые возникают в метрике (5) в случае линейного уравнения состояния. Положим в уравнении (8)

$p = \psi / c^2, \psi = e^w$.

Тогда уравнение (7) приводится к виду волнового уравнения:

$$w_{tt} = c^2 w_{rr} \qquad (12)$$

Запишем общее решение уравнения (12):

$$w(r,t) = f(\eta) + g(\zeta), \quad \eta = ct - r, \varsigma = ct + r \tag{13}$$

Здесь $f(\eta), g(\varsigma)$ – произвольные функции. Используя выражение (13), можно указать общее решение уравнений Эйнштейна в форме (3), описывающее гравитационные волны в метрике (5):

$$\begin{aligned} &\psi(r,t) = \exp[f(\eta) + g(\varsigma)], \quad p(\psi) = \psi / c^2, \\ &\eta = ct - r, \varsigma = ct + r \end{aligned} \tag{14}$$

Гравитационные волны типа (14) распространяются в комбинации, включающей опережающие и запаздывающие волны, следовательно, гравитационные волны могут служить источником квантового движения частиц, например, в форме волн де Бройля [23-28].

Запишем первое уравнение (11) в метрике (14), имеем

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial t}\right)^2 - \left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial r}\right)^2 = (M/c)^2 \exp[f(\eta) + g(\varsigma)] \tag{15}$$

Предполагая, что действие зависит от координат η, ς, преобразуем обе части уравнения (15) к эквивалентному виду

$$4\left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial \eta}\right)\left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial \varsigma}\right) = (M/c)^2 \exp[f(\eta) + g(\varsigma)] \tag{16}$$

Отсюда следует, что действие можно выразить через произвольные функции $f(\eta), g(\varsigma)$ в виде

$$S_{cl} = \frac{M}{2c}\int e^{f(\eta)} d\eta + \frac{M}{2c}\int e^{g(\zeta)} d\zeta \tag{17}$$

Следовательно, классическое действие в этом случае выражается в виде комбинации опережающих и запаздывающих волн, распространяющихся со скоростью света. Но в классической физике только одна механическая система обладает таким свойством – это электромагнитное поле в теории Максвелла.

Мы, следовательно, доказали, что электродинамика Максвелла может быть сведена к задаче нахождения метрики путем решения линейного волнового уравнения (12). Как известно, для решений уравнений такого типа выполняется принцип суперпозиции.

Отметим, что метрика (5) является уникальной в том смысле, что приводит к линейному уравнению поля (12), тогда как, например, в метрике (4) в аналогичной задаче приходим к уравнению Лиувилля [24-28], для которого не выполняется принцип суперпозиции.

Далее заметим, что если известно классическое действие системы, то ему соответствует некоторое решение уравнения (12). Действительно, используя уравнение (17), запишем решение (13) в форме

$$w(r,t) = f(\eta) + g(\zeta) = \ln\left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial \eta}\right) + \ln\left(\frac{\partial S_{cl}}{\partial \zeta}\right) \tag{18}$$

Следовательно, мы доказали, что каждому действию классической системы соответствует некоторая функция, описывающая метрику системы.

Теория физических констант

Роберт Орос ди Бартини [4-5] построил теорию физических констант, опираясь не представления о том, что весь мир образован путем отображения уникального экземпляра А на себя в пространстве с произвольным числом измерений n, включая и отрицательную область значений $n < 0$. Предполагается, что между пространствами разного числа измерений существуют случайные переходы с функцией распределения

$$\varphi(\nu) = \nu^n \exp\left(-\pi\nu^2\right) \tag{19}$$

Математическое ожидание переходов выражается формулой

$$m(\nu)=\frac{\int_0^\infty \nu^n \exp\left(-\pi\nu^2\right)d\nu}{2\int_0^\infty \exp\left(-\pi\nu^2\right)d\nu}=\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{2\pi^{\frac{n+1}{2}}} \tag{20}$$

Наиболее вероятная размерность пространства определяется как целое число, на которое приходится максимум функции

$$\Phi(n)=\frac{1}{m(n)}=S_{n+1}=V_n \tag{21}$$

Можно заметить, что функция (21) описывает площадь поверхности гиперсферы S_n, погруженной в (n+1)- мерное пространство и объем тора V_n в n-мерном пространстве - рис. 1.

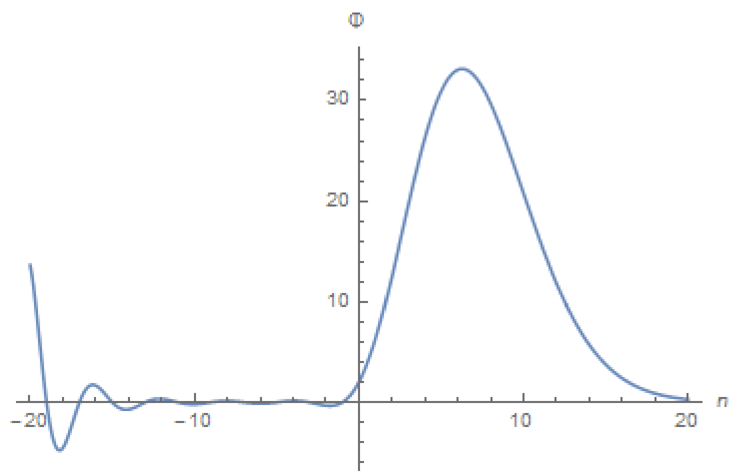

Рис. 1. Зависимость функции Φ от числа измерений.

Максимальное значение функции $\Phi(n)$ соответствует $n=6.25695...$, следовательно, наиболее вероятная размерность пространства равна шести. Согласно [4-5] образ объекта A в этом пространстве может рассматриваться как волна вращающегося осциллятора. Этот осциллятор попеременно становится то источником, то стоком. Представленная выше модель полностью согласуется с этим предположением.

Действительно, для отображения событий в четырехмерном пространстве-времени следует задать масштабы длины и времени - L, T. В результате приходим к кинематической системе единиц измерения, развитой в [4-5]. Использованная нами метрика (5), описывает систему, обладающую двумя центрами симметрии, каждый из которых может рассматриваться как источник или сток материи.

Главное достижение теории физических констант [4-5] заключается в предсказании величины постоянной тонкой структуры, гравитационной постоянной, отношения массы протона к массе электрона и некоторых других физических констант. Для нахождения постоянной тонкой структуры было использовано отношение двух значений функции $\Phi(n)$ в точках экстремумов вблизи $n = \pm 6$. В таблице 1 приведены экстремальные точки функции $\Phi(n)$

Таблица 1

n	6.2569546404859903	-5.991284094572	-3.9065	-1.76329
$\Phi(n)$	33.161194484962	-0.120954210785	0.153564	-0.340427

Искомое отношение составляет $\overline{\mathrm{E}} = 274.1632082885971$, а половина этой величины близка к обратной величине постоянной тонкой структуры $\alpha = e^2 / \hbar c$. Как известно, величина постоянной тонкой структуры была измерена с высокой точностью в экспериментах [30] и путем вычислений на основе КЭД [31]:

$$\alpha^{-1} = 137.035999173(35) \tag{22}$$

В работах [4-5] для определения постоянной тонкой структуры использовалась модель вихря, параметры которого связывались с размерностью пространства. Для согласования с экспериментальным значением (22) предполагается, например, что в метрике атома число π, вычисленное как отношение длины окружности к ее диаметру, несколько уменьшается по сравнению с его значением в плоском пространстве. Используя это новое значение числа можно улучшить теоретическое предсказание, которое по версии [4-5] должно быть равно $\alpha^{-1} = 137.0375$, что отличается от современного значения (22), хотя и согласуется с тем значением этого параметра, которое было измерено в 60-х годах прошлого века - $\alpha^{-1} = 137.0374$.

Отметим, что если в качестве элементарного заряда выступает минимальный заряд преона (или кварка), то наряду с постоянной тонкой структуры необходимо рассматривать в качестве фундаментальной константы $9\alpha^{-1} = 1233.323992557$.

Вторая фундаментальная константа, которая была указано в работах [4-5] это отношение массы протона к массе электрона, которое по современным данным составляет $m_p / m_e = 1836.1527$. Рассмотрим параметры (здесь мы использовали современное значение постоянной тонкой структуры):

$$2\overline{E}V_6 / \pi^2 = 1837.46; \quad 4\alpha^{-1}V_6 / \pi^2 = 1836.85$$

Второе из этих соотношений оказывается близким по величине к отношению массы протона к массе электрона. Хотя можно было бы использовать и первое соотношение, которое можно сравнить со средней массой нуклона $(m_p + m_n)/m_e = 1837.42$. Следовательно, можно построить систему физических единиц, используя численные величины, связанные с отображением $\Phi(n)$ [4-5]. Одним из следствий теории физических констант является равенство размерности гравитационного и электрического заряда.

Наконец, заметим, что модель [4-5] не может служить доказательством того, что физическое пространство-время является шестимерным, даже если бы все физические константы были предсказаны с высокой точностью. Дело в том, что исходные гипотезы об отображении уникального экземпляра А не могут быть доказаны, поэтому связь физических единиц измерения со свойства отображения $\Phi(n)$ является случайной.

С другой стороны, полученное выше линейное волновое уравнение (12), для которого выполняется принцип суперпозиции, позволяет предположить, что метрики типа (5) могут быть связаны с электродинамикой и свойствами электрического заряда. Следовательно, шестимерные пространства с сигнатурой метрики $(+,+,+,-,-,-)$ действительно являются уникальными.

Модель электрического заряда в общей теории относительности

Используя полученные результаты можно построить однозначное соответствие между электродинамикой Максвелла и теорией гравитации в шестимерном пространстве. Это соответствие строится аналогично тому, как это было сделано в случае пятимерной теории Калуцы [20, 33-36].

Движение заряженных частиц в пятимерном пространстве описывается уравнением 5-эйконала [34-36]:

$$\begin{gathered} G^{\mu\nu}\frac{\partial\Sigma}{\partial x^{\mu}}\frac{\partial\Sigma}{\partial x^{\nu}}=0 \\ g_{ik}=\frac{G_{ik}-G_{i5}G_{k5}}{G_{55}}, \quad A_i=\frac{mc^2}{e}\frac{G_{i5}}{G_{55}}=\frac{mc^2}{e}g_i \end{gathered} \tag{23}$$

Здесь $G_{\mu\nu}, g_{ik}, A_i, m, e$ - метрические тензоры в 5-ти и 4-х мерном пространстве, векторный потенциал, масса и заряд частицы соответственно.

Полагая $G_{55}=1$, находим выражение метрического тензора в 5-мерном пространстве через гравитационные и электромагнитные потенциалы, имеем

$$G_{\mu\nu}=\begin{pmatrix} g_{ik}+g_i g_k & g_i \\ g_k & 1 \end{pmatrix};\quad G^{\mu\nu}=\begin{pmatrix} g^{ik} & -g^i \\ -g^k & 1+g^{ik}g_i g_k \end{pmatrix} \tag{24}$$
$$g^i=g^{ik}g_k$$

Используя второе выражение (24), запишем первое уравнение (23) в виде

$$g^{ik}\frac{\partial\Sigma}{\partial x^i}\frac{\partial\Sigma}{\partial x^k}-2g^{ik}g_k\frac{\partial\Sigma}{\partial x^i}\frac{\partial\Sigma}{\partial x^5}+(1+g^{ik}g_i g_k)\left(\frac{\partial\Sigma}{\partial x^5}\right)^2=0 \tag{25}$$

Переход к классической динамике осуществляется в частном случае, когда действие выражается в виде суммы

$$\Sigma=mcx^5+S(x^1,x^2,x^3,x^4)\,.$$

В этом случае первое уравнение (23) сводится к уравнению Гамильтона-Якоби для классического действия релятивистской частицы

$$g^{ik}\left(\frac{\partial S}{\partial x^i}-mcg_i\right)\left(\frac{\partial S}{\partial x^k}-mcg_k\right)+(mc)^2=0 \tag{26}$$

Действующие на частицу силы описываются метрическим тензором и векторным потенциалом - g_{ik}, A_i, которые отождествляются с метрическим тензором ОТО и векторным потенциалом электромагнитного поля соответственно. Следовательно, уравнение (26) описывает движение классических заряженных частиц во внешнем электромагнитном и гравитационном поле.

Обобщение этой модели на случай 6-мерного пространства не составляет труда. Однако такое описание электромагнитных явлений похоже на простое копирование классической теории Максвелла в 5-мерном или 6-мерном пространстве без добавления нового качества. Нас же интересует модель электрического заряда, которой нет ни в теории Максвелла, ни в объединенной теории гравитации и электромагнетизма Калуцы [20, 33-36]

Покажем, что среди всех решений уравнения (8) существует такая метрика, которая приводит к закону Кулона. Для этого заметим, что метрика (5) описывает систему, обладающую двумя центрами симметрии. Закон Кулона определен в статическом случае, для которого уравнение (8) приводится к виду

$$\psi_{rr} = \frac{p + p'\psi}{2p\psi}\psi_r^2 \tag{27}$$

Выпишем первый интеграл уравнения (27), имеем

$$\psi_r^{\ 2} = ap(\psi)\psi \tag{28}$$

Здесь a – произвольная постоянная.

Рассмотрим решения первого уравнения (11), линейные по времени и зависящие явно от статической метрики, удовлетворяющей уравнению (28),

$$S_{cl} = Et + \widetilde{S}(\psi(r))$$

В этом случае первое уравнение (11) приводится к виду

$$\frac{1}{\psi}E^2 - a\psi\left(\frac{\partial\widetilde{S}}{\partial\psi}\right)^2 = M^2 \tag{29}$$

Общее решение уравнения (29) можно представить в форме

$$\widetilde{S} = S_0 \pm \frac{2}{\sqrt{a}}\left(\sqrt{E^2 - M^2\psi} - E\,\mathrm{Arc}\tanh\sqrt{1 - M^2\psi / E^2}\right) \tag{30}$$

Используя уравнение (29) и выражение (30) докажем теорему: для любой статической метрики действие имеет стационарную точку такую, что в этой точке действие достигает минимума или максимума.

Действительно, полагая в уравнении (29) $\partial\widetilde{S}(\psi)/\partial\psi = 0$, находим, что это выполняется в точке $\psi_0 = E^2 / M^2$, а из выражения (30) находим, что в этой точке $\widetilde{S} = S_0$. В зависимости от выбранного знака в выражении (30) функция $\widetilde{S}(\psi)$ достигает в этой точке максимума или минимума, что и требовалось доказать.

Следовательно, мы доказали, что принцип стационарности действия всегда выполняется в случае статической метрики. Поэтому, в такой метрике можно построить классическую механику, определить понятие силы и установить закон Кулона.

Заметим, что решение (30) не зависит от вида функции $p(\psi)$, следовательно, можно положить $p = \psi / c^2, \psi = e^w$, в результате приходим к уравнению (12). Но среди решений уравнения (12) есть только одно статическое решение, которое описывается линейной функцией

$$\psi = e^w, \quad w = -2mr + b \tag{31}$$

Метрика (31) использовалась в наших работах [23-28] и других. Эта метрика может быть согласована с метрикой Шварцшильда, описывающей статическое гравитационное поле точечной массы m [23].

Заметим, что решение (31) определено во всем пространстве, тогда как при любом возмущении метрики решение (31) распадается в систему волн. Например, если по заряду нанести удар в форме короткого импульса типа $w_t(r,0) = w_0(r - r_0)e^{-(r-r_0)^2}$, то заряд резонирует на удар, в результате чего возникает система волн, которая зависит от локализации удара – рис.2-4.

Рассмотрим решения уравнений (8), (12) вида

$$\psi = e^w, \quad w = \varepsilon \sin[a(ct \pm r)] \tag{32}$$

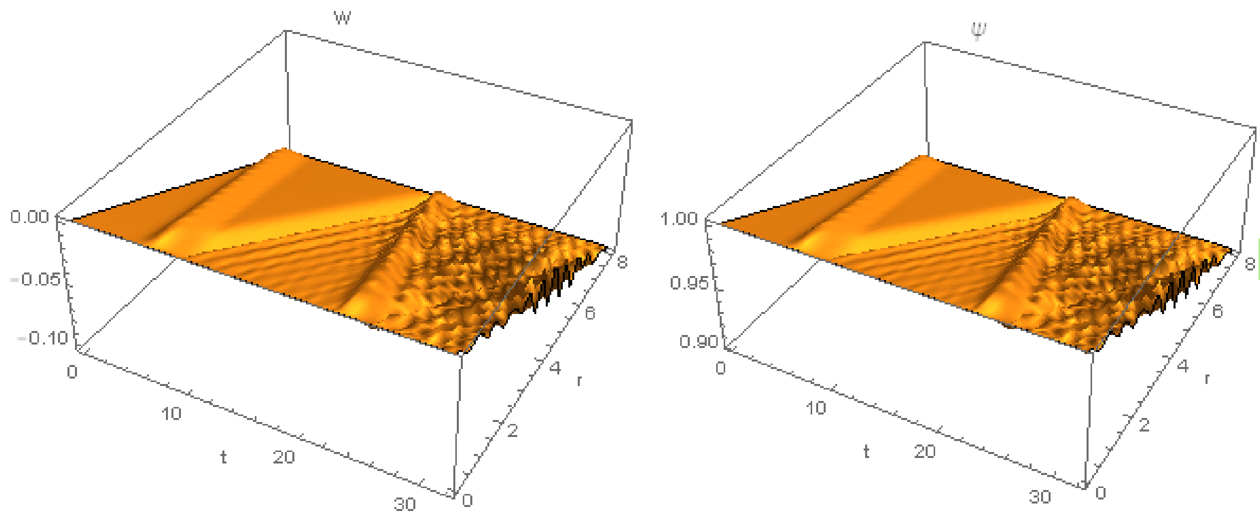

Рис. 2. Волны при возбуждении центральной области заряда.

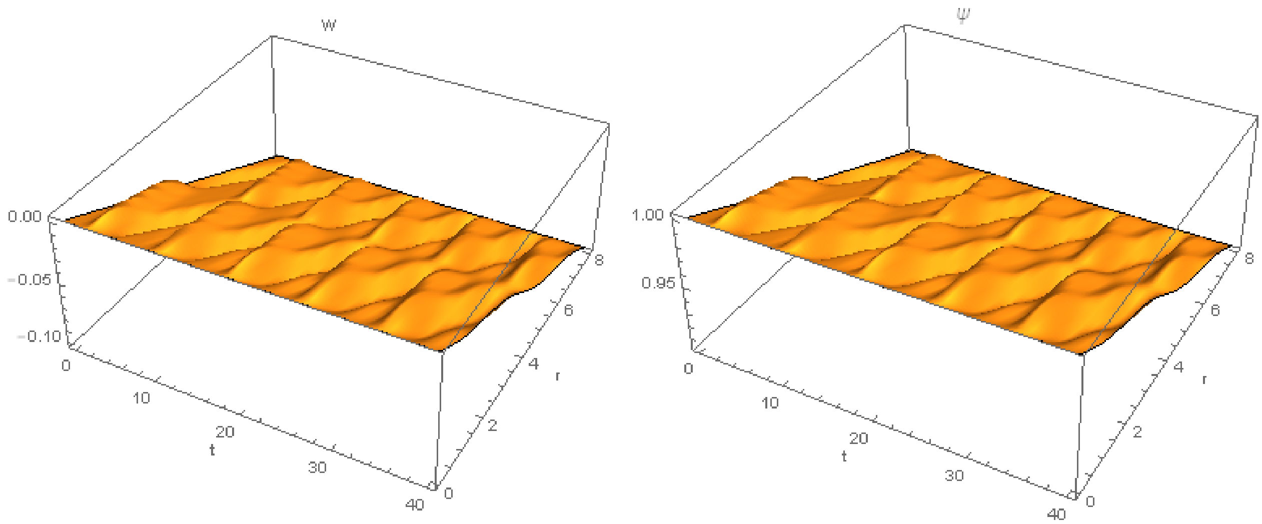

Рис. 3. Волны при возбуждении средней области заряда.

Построим отображение решения (32) в четырехмерном пространстве-времени. Для этого заметим, что метрика (5) описывает систему, обладающую двумя центрами симметрии. Закон Кулона определен в статическом случае для точечного заряда в сферической системе координат.

Связь между координатами r, t и стандартно определенным времени и расстоянием в сферической системе координат зададим в виде

$$\tilde{r} = R_0 / r, \quad \tilde{t} = T_0 / t \tag{33}$$

Здесь R_0, T_0 – масштабы длины и времени, характеризующие заряд. Подставляя выражения (33) в (32), находим

$$\psi = e^w, \quad w = \varepsilon \sin[a(cT_0 / \tilde{t} \pm R_0 / \tilde{r})] \tag{34}$$

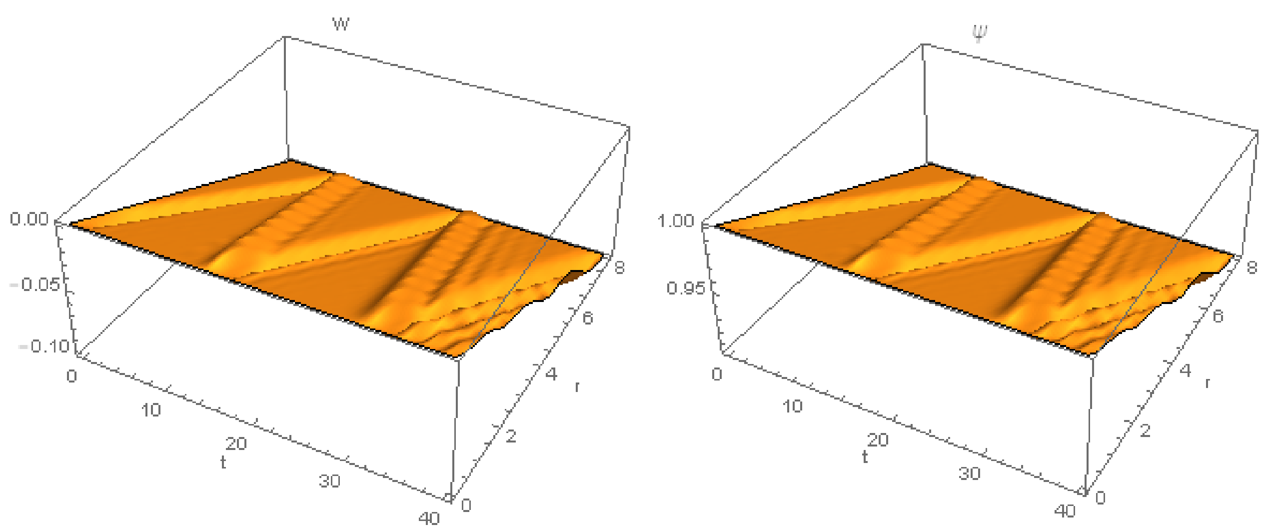

Рис. 4. Волны при возбуждении кулоновского поля заряда.

Далее заметим, что закон Кулона должен выполняться в статическом случае и в макроскопическом масштабе. Следовательно, положим в правой части (34) $\tilde{r} >> R_0, \tilde{t} \to \infty$, тогда используя разложение в ряд функции $\sin x$ в окрестности $x \to 0$, получим окончательно

$$\psi = e^w = 1 \pm \frac{\varepsilon a R_0}{\tilde{r}} + \dots \tag{35}$$

Таким образом, бегущая волна (32) в метрике (5) отображается в четырехмерном пространстве-времени как статическое кулоновское поле.

Квантование заряда

Метрика (32) позволяет построить модель квантования заряда, не прибегая к квантовой механике. Достаточно будет предположить, что область распространения волновых возмущений ограничена в пространстве. Без потери общности можно считать, что эти границы совпадают с 0 и единицей длины в метрике (5). Для простых гармонических колебаний, которые приводят к кулоновскому потенциалу типа метрики (35), положим на границах области

$$\begin{aligned} & r = 0; R_0 : \\ & w = \varepsilon \sin[a(ct \pm r)] = \varepsilon \sin(act)\cos(ar) \pm \varepsilon \cos(act)\sin(ar) \\ & \quad = \varepsilon \sin(act) \\ & \to acR_0 = 2\pi n,\ n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \end{aligned} \tag{36}$$

Следовательно, выражение (35) принимает вид

$$\psi = e^w = 1 \pm \frac{2\varepsilon\pi n}{c\tilde{r}} + \ldots \approx 1 + \frac{en}{\tilde{r}} \tag{37}$$

Здесь элементарный заряд равен $e = 2\varepsilon\pi / c$, что и требовалось доказать

Наконец, заметим, что представленная выше модель заряда позволяет объяснить некоторые свойства электромагнитного поля, например, излучение электромагнитных волн при взаимодействии зарядов друг с другом и с фотонами. Исторически Риман был первым, кто предвидел связь электродинамики с оптикой. Еще в 1858 г, за 6 лет до основополагающей работы Максвелла «Динамическая теория электромагнитного поля» [1], Риман писал в статье «По поводу электродинамики» [37]:

«Королевскому обществу я позволю себе сообщить одно замечание, которое приводит в тесную связь теорию электричества и магнетизма с теорией света и лучистой теплоты. Я установил, что электродинамические действия гальванических токов могут быть объяснены, если исходить из допущения, что действие электрической массы на другие совершается не мгновенно, а распространяется по направлению к ним с постоянной скоростью (в пределах возможных ошибок наблюдений равной скорости света). При этом допущении дифференциальное уравнение распространения электрической силы — то же самое, что и уравнение распространения света и лучистой теплоты».

Исходя из рассмотренной выше модели электрического заряда, можно предположить, что электродинамика Римана является следствием геометрии Римана и теории относительности Эйнштейна.

Библиографический список

1. James Clerk Maxwell. On physical lines of force, 1861; A dynamical theory of the electromagnetic field, 1864. Максвелл дал такое любопытное пояснение к своей модели электрического заряда: «В представлении о наличии источников и стоков, в которых жидкость создается или уничтожается, нет никакого противоречия, так как свойства жидкости вполне зависят от нашего произвола. Как ничто не мешает нам представлять ее себе абсолютно несжимаемой, так ничто не мешает нам предположить, что она в известных местах создается из ничего, в других снова сводится к ничему».
2. Einstein A, Rosen N. The Particle Problem in the General Theory of Relativity// Phys. Rev., 1935, 48, 73—77.
3. Wheeler J.A. Geometrodynamics. – Academic Press, NY, 1962.
4. Роберт Орос ди Бартини. Некоторые соотношения между физическими константами// Доклады АН СССР, т. 163, № 4. 1965,
5. Robert Oros di Bartini. Relations Between Physical Constants// Progress in Physics, Vol. 3 , pp. 34-40, October, 2005.
6. Урусовский И.А. Метрика Папапетру в шестимерной трактовке тяготения//Акустика неоднородных сред, Ежегодник РАО, 10, 2009.
7. Urusovskii I.A. Gravitational Waves and Papapetru Metric in the Six-Dimensional Treatment of Gravitation// Physics of Wave Fenomena, Vol. 18, No. 3, 2010.
8. Papapetrou A. Eine neue Theorie des Gravitationsfield// Mathematische Nachrichten, 12, 1954.

9. Sundance O. Bilson-Thompson, Fotini Markopoulou, Lee Smolin. Quantum gravity and the standard model//arXiv:hep-th/0603022, 21 Apr 2007.

10. Jean-Jacques Dugne, Sverker Fredriksson, Johan Hansson, Enrico Predazzi. Preon Trinity - a new model of leptons and quarks// arXiv:hep-ph/9909569v3

11. Sundance O. Bilson-Thompson. A topological model of composite preons// arXiv:hep-ph/0503213v2.

12. Finkelstein R.J. An SLq(2) Extension of the Standard Model// arXiv:1205.1026v3

13. Finkelstein Robert J. The Preon Sector of the SLq(2) (Knot) Model//arXiv:1301.6440v1 [hep-th] 28 Jan 2013

14. Trunev A.P. Preon shells and atomic structure//Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU) [electronic resource], Krasnodar KubGAU, 87(2013), no. 03. Mode of access: http://ej.kubagro.ru/2013/03/pdf/61.pdf (inRussian).

15. Трунев А.П. Токи и преоны // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №07(091). С. 1534 – 1560. – IDA [article ID]: 0911307103. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2013/07/pdf/103.pdf

16. Krivonosov LN, Luk'yanov VA. The Full Decision of Young-Mills Equations for the Central-Symmetric Metrics / / Journal of Siberian Federal University, Mathematics & Physics, 2011, 4 (3), 350-362 (in Russian).

17. Krivonosov LN, Luk'yanov VA. Solution of Young-Mills Equations for the Central-Symmetric Metrics in the presence on electromagnetic field// Space, Time and Fundamental Interactions, v. 3, 2013.

18. Dzhunushaliev V., Zloshchastiev K. G. Singularity-free model of electric charge in physical vacuum: Non-zero spatial extent and mass generation// arXiv:1204.6380v5 [hep-th] 27 Mar 2013

19. Einstein A. Einheitliche Feldtheorie von Gravitation und Elektrizitat// Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss., phys.-math. Kl., 1925, 414—419.

20. Einstein A., Bargmann V and Bergmann P. On Five-dimentional Representation of Gravitation and Electricity// Theodore von Karman Anniversary Volume, Pasadena, Calif. Inst. T.echnol., 1941, 212—225.

21. Einstein A., Infeld L. Gravitational Equations and the Problems of Motion //Ann.Math., 1940,41, 455—464; On the Motion of Particles in General Relativity Theory// Canad. J. Math., 1949, 1, 209—241.

22. Trunev A.P. Cosmology of inhomogeneous rotating universe and reality show//, Network electronic scientific journal of the Kuban State Agrarian University (The Journal KubGAU)

[electronic resource], Krasnodar KubGAU, 2014. – №01(095). – IDA [article ID]: 0951401028, http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/28.pdf

23. Трунев А.П. Квантовая теория гравитации совместная с теорией Янга-Миллса // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №01(095). С. 1204 – 1223. – IDA [article ID]: 0951401070. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/70.pdf

24. Trunev A.P. Gravitational waves and quantum theory // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №02(096). С. 1146 – 1161. – IDA [article ID]: 0961402078. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/02/pdf/78.pdf

25. Трунев А.П. Гравитационные волны и квантовая теория Шредингера // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №02(096). С. 1189 – 1206. – IDA [article ID]: 0961402081. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/02/pdf/81.pdf

26. Трунев А.П. Квантовая теория гравитации и представление реальности // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №02(096). С. 1062 – 1089. – IDA [article ID]: 0961402074. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/02/pdf/74.pdf

27. Трунев А.П. Атом Шредингера и Эйнштейна // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №03(097). С. 1377 – 1401. – IDA [article ID]: 0971403094. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/03/pdf/94.pdf

28. Трунев А.П. Гравитационные волны и стационарные состояния квантовых и классических систем // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №03(097). С. 1303 – 1323. – IDA [article ID]: 0971403090. – Режим доступа: http://ej.kubagro.ru/2014/03/pdf/90.pdf

29. Erwin Schrödinger. Quantisierung als Eigenwertproblem (Erste Mitteilung)//Annalen der Physik, (4), 79, (1926), 361-376; Quantisierung als Eigenwertproblem (Zweite Mitteilung)//Annalen der Physik, (4), 79, (1926), 489-527; Letter Schrodinger to Einstein, Jul 19, 1939.

30. Bouchendira Rym et all. New determination of the fine structure constant and the test of quantum electrodynamics//Phys. Rev. Letters, 106 (8), 2010.

31. Tatsumi Aoyama et all. Tenth-Oder QED Contribution to the Electron g-2 and an Improved Value of the Fine Structure Constant// Phys. Rev. Letters, 109(11), 2012.

32. Landau L.D., Lifshitz E.M.. The Classical Theory of Fields. (3rd ed.). Pergamon Press, 1971.

33. Kaluza, Theodor. Zum Unitätsproblem in der Physik. Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin. (Math. Phys.) 1921, 966–972.

34. Ю. Б. Румер. Исследования по 5-оптике. – М., Гостехиздат,1956. 152 с.

35. Трунев А.П. Фундаментальные взаимодействия в теории Калуцы-Клейна // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2011. – №07(071). С. 502 – 527.

36. Трунев А.П. Структура атомного ядра в теории Калуцы-Клейна // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №02(076). С. 862 – 881.

37. Риман Б. Сочинения. Москва-Ленинград, ОГИЗ, 1948.