

**Chaos and Correlation**

International Journal, February 17, 2018

**НЕУСТОЙЧИВОСТЬ МЕТРИКИ ЧЕРНОЙ ДЫРЫ
В ПОТОКАХ РИЧЧИ**

Трунев А. П.

Торонто, Канада

В настоящей работе исследована эволюция сферически-симметричных пространств Эйнштейна в потоках Риччи. Рассматривается метрика Шварцшильда и различные ее расширения (Kottler, 1918; Trefftz, 1922). Показано, что статические сферически-симметричные метрики неустойчивы из-за развивающихся длинноволновых возмущений.

Ключевые слова: ОБЩАЯ ТЕОРИЯ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, ПОТОКИ РИЧЧИ.

**THE INSTABILITY OF A BLACK HOLE
METRIC IN THE RICCI FLOW**

Alexander Trunev

Toronto, Canada

In this paper we study the evolution of spherically symmetric Einstein spaces in Ricci flows. We consider the Schwarzschild metric and its various extensions (Kottler, 1918; Trefftz, 1922). It is shown that static spherically symmetric metrics are unstable due to developing long-wave disturbances.

Keywords: GENERAL RELATIVITY, RICCI
FLOW.

Введение

Сферически симметричные решения уравнений Эйнштейна [1-14] представляют большой интерес в астрофизике, в теории черных дыр и коллапса звезд. Вопрос об устойчивости сферически симметричных решений уравнений Эйнштейна обсуждался в работах [6-14] и других. Теорема Биркгоффа [6, 12-14] утверждает, что всякое центрально-симметрическое поле в пустоте является статическим и с точностью до преобразования координат определяется метрикой Шварцшильда [1].

В качестве примера можно привести метрику [3], которая, как показал Эйнштейн [15], сводится к метрике Шварцшильда при определенных условиях. Контрпример приведен в монографии [4], где было показано, что при формальной замене $r \rightarrow t$ метрика Шварцшильда преобразуется к

нестатической. Там же указана метрика сферически-симметричного поля тяготения общего вида

$$ds^2 = f dt^2 - h dr^2 - g(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\phi^2) + 2\omega dr dt \quad (1)$$

Здесь f, g, h, ω – функции r, t .

В работе [16] рассматриваются центрально-симметрические метрики

$$ds^2 = \psi(t, r) dt^2 - p(\psi) dr^2 - d\vartheta^2 - \sin^2 \vartheta d\phi^2 + 2\omega dr dt \quad (2)$$

Показано, что среди статических метрик (2) есть метрика Шварцшильда и несводимые к ней метрики, зависящие, например, от эллиптической функции Вейерштрасса.

В [17-18] исследовано движение частиц, представленных сингулярностями гравитационного поля, в потоках Риччи в аксиально-симметричных метриках. Была исследована метрика [19], обладающая осевой симметрией и содержащая два центра гравитации, имитирующих частицы конечной массы.

В численных экспериментах [17-18] было обнаружено, что столкновение частиц в потоках Риччи приводит к образованию гравитационных волн, похожих по своей структуре на волны, зарегистрированные в экспериментах [20]. Следовательно, можно предположить, что наблюдаемые гравитационные волны обусловлены, главным образом, переходными процессами, связанными с изменением метрики системы.

В настоящей работе исследована эволюция сферически-симметричных и аксиально-симметричных полей в потоках Риччи. Рассматривается метрика Шварцшильда и различные ее расширения (Kottler, 1918; Trefftz, 1922). Показано, что статические сферически-симметричные метрики неустойчивы из-за развивающихся длинноволновых возмущений.

Центрально-симметрические поля и течение Риччи

Уравнения Эйнштейна имеют вид [4, 21-22]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = g_{\mu\nu} \Lambda + \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (3)$$

Здесь $R_{\mu\nu}, g_{\mu\nu}, T_{\mu\nu}$ - тензор Риччи, метрический тензор и тензор энергии-импульса; Λ, G, c - космологическая постоянная Эйнштейна, гравитационная постоянная и скорость света соответственно. Ниже положим $\Lambda = 0$, что обусловлено малостью влияния этого параметра в задаче об устойчивости.

Решения уравнений Эйнштейна, обладающие центральной симметрией, рассматривались в работах [1-16, 21-22] и других (обзор публикаций дан, например, в [4-5, 21]). Метрика таких пространств, при некоторых предположениях, может быть приведена к виду (1). Однако метрика (1) не является статической. Мы же будем опираться на статические решения, которые могут эволюционировать в потоках Риччи. В качестве основного примера выберем метрику [3]

$$ds^2 = f(\tau, x) dt^2 - h(\tau, x) dx^2 - g(\tau, x) d\vartheta^2 - g(\tau, x) \sin^2 \vartheta d\phi^2 \quad (4)$$

Здесь $f(\tau, x), g(\tau, x), h(\tau, x)$ - некоторые функции; τ - параметр эволюции.

Для моделирования изменения метрики в потоках Риччи используем теорию [17-18, 23-24], имеем уравнение

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial \tau} = D_0 R_{ik} \quad (5)$$

Здесь D_0 - коэффициент диффузии, который для определенности возьмем аналогично [17-18] $D_0 = 2$. Вычисляя компоненты тензора Риччи в метрике (4), находим:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial \tau} &= \frac{1}{h} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{f_x^2}{2fh} - \frac{f_x g_x}{gh} + \frac{f_x h_x}{2h^2} \\
\frac{\partial g}{\partial \tau} &= \frac{1}{h} \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{f_x g_x}{fh} - \frac{g_x h_x}{h^2} - 2 \\
\frac{\partial h}{\partial \tau} + \frac{f_x h_x}{2fh} + \frac{g_x h_x}{gh} + \frac{f_x^2 - 2ff_{xx}}{2f^2} + \frac{g_x^2 - 2gg_{xx}}{2g^2} &= 0
\end{aligned} \tag{6}$$

Здесь первые два уравнения имеют параболический тип, а третье – гиперболический. Этим система уравнений (6) существенно отличается от аналогичной системы, выведенной в [17-18] для случая аксиально-симметричной метрики [19].

Можно проверить, что метрика Шварцшильда является одним из решений системы уравнений (6). Действительно, положим

$$f_0 = 1 - A/x, \quad g_0 = x^2, \quad h_0 = 1/(1 - A/x) \tag{7}$$

Прямой подстановкой можно убедиться, что выражения (7) удовлетворяют системе уравнений (6). Отметим, что в физических приложениях параметр метрики связывают с массой центрального тела, $A = 2Gm/c^2$, где G, c – гравитационная постоянная и скорость света соответственно.

Предположим, что метрика Шварцшильда может эволюционировать в соответствии с системой уравнений (6). Здесь возможны варианты, когда возмущение метрики является глобальным, что обычно используется в задачах на устойчивость [7-11], или локальным, например, проникает через границу области [17-18]. Второй вариант вместе с численной моделью мы рассмотрим ниже.

Эволюция метрики Шварцшильда

Поставим следующую задачу для системы уравнений (6):

$$\begin{aligned}
 f(0, x) &= 1 - A/x, \quad g(0, x) = x^2, \quad h(0, x) = 1/(1 - A/x), \quad a \leq x \leq b; \\
 \tau > 0: \quad f(\tau, a) &= f_0(a), \quad g(\tau, a) = g_0(a), \quad h(\tau, a) = h_0(a), \\
 f(\tau, b) &= f_0(b), \quad g(\tau, b) = g_0(b), \quad h(\tau, b) = h_0(b).
 \end{aligned} \tag{8}$$

Здесь $1/A < a < b < \infty$. Отметим, что выражения (7), описывающие метрику Шварцшильда, являются решением задачи (6), (8). Однако в численных расчетах находим другое решение, которое значительно отклоняется от выражений (7) – рис. 1, что указывает на не единственность метрики Шварцшильда.

На первый взгляд, кажется, что полученный результат противоречит не только теореме Биркгоффа [6, 12-14], но и линейному анализу устойчивости метрики Шварцшильда [7-11]. В действительности же, обнаруженное в численных расчетах поведение функций, описывающих метрику (4) связано с нелинейностью уравнений (6). Заметим, что отклонение от метрики Шварцшильда имеет локальные экстремумы вблизи границы $x = a$, а экстремальные значения нарастают экспоненциально – рис. 1.

Численное исследование задачи (6), (8) в широком диапазоне параметров показывает однотипное поведение решения, что обусловлено наличием экспоненциально растущих со временем возмущений в метрике (4). Следовательно, метрика Шварцшильда неустойчива в потоках Риччи.

В этой связи заметим, что в работе [7] было установлено, что существуют экспоненциально растущие со временем возмущения, нарушающие устойчивость метрики Шварцшильда, которые, однако были объявлены физически неприемлемыми. Это объясняется тем, что в [7-8] предполагается, что основной механизм неустойчивости метрики связан с гравитационными волнами, которые излучаются черной дырой.

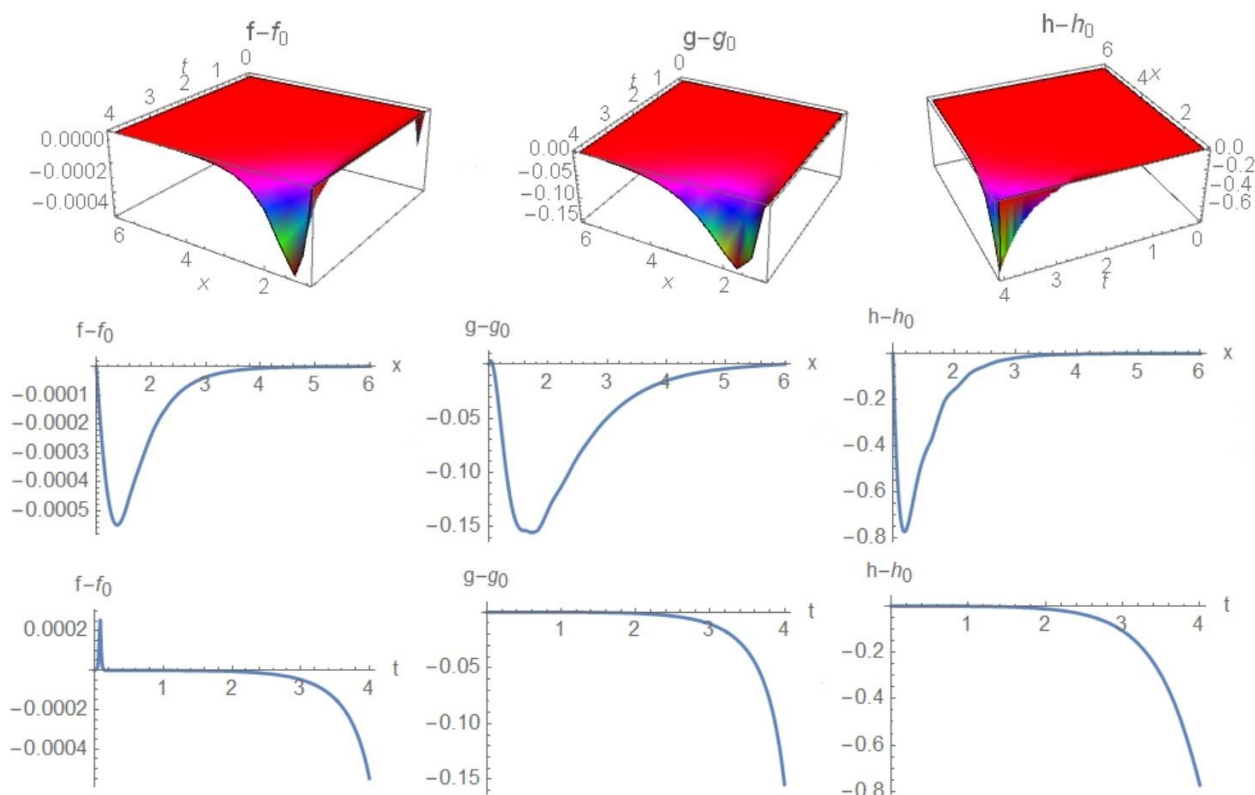


Рис. 1. Эволюция коэффициентов метрики (4) в потоках Риччи в модели (6), (8): в плоскости (t, x) - сверху, в момент времени $t = 4$ (в центре) и в точке локального экстремума – внизу. Параметры модели $A = 0.01$; $a = 1$, $b = 6$.

Приведем для сравнения проблему гидродинамической устойчивости течения вязкой жидкости в модели Навье-Стокса. Если для такого течения установлено, что существуют возмущения экспоненциально растущее со временем, то это означает неустойчивость течения и переход к турбулентности. Нет оснований считать, что в аналогичной задаче [7-8] об устойчивости метрики Шварцшильда, надо отбросить экспоненциально растущие со временем возмущения. Такой вывод входит в противоречие с теорией черных дыр, в которой декларируется не только устойчивость, но и единственность метрики Шварцшильда.

Заметим, что с точки зрения физики можно видеть в метрике Шварцшильда нечто больше, чем решение статических уравнений Эйнштейна в вакууме. С другой стороны, это просто одно из решений системы нелинейных уравнений в частных производных, поэтому вопрос об устойчивости должен решаться прямо, без обращения к физическому смыслу коэффициентов метрики (4).

Эволюция метрики Котлера

Метрика Котлера [2] является обобщением метрики Шварцшильда [1]. В случае метрики Котлера система уравнений (5) приводится к виду:

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial \tau} = D_0(R_{ik} - \frac{1}{4}Rg_{ik}) \quad (9)$$

Здесь $R = g^{ik}R_{ik}$ - скалярная кривизна пространства Котлера. Соответственно преобразуется система уравнений (6), имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \tau} &= \frac{1}{h} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{f_x^2}{2fh} - \frac{f_x g_x}{gh} + \frac{f_x h_x}{2h^2} - \frac{1}{2}Rf \\ \frac{\partial g}{\partial \tau} &= \frac{1}{h} \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{f_x g_x}{fh} - \frac{g_x h_x}{h^2} - 2 - \frac{1}{2}Rg \\ \frac{\partial h}{\partial \tau} + \frac{f_x h_x}{2fh} + \frac{g_x h_x}{gh} + \frac{f_x^2 - 2ff_{xx}}{2f^2} + \frac{g_x^2 - 2gg_{xx}}{2g^2} + \frac{1}{2}Rh &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Отметим, что и в этом случае два первых уравнения (10) имеют параболический тип, а третье – гиперболический.

Прямой подстановкой можно проверить, что метрика Котлера [2] является одним из решений системы уравнений (10). Действительно, положим

$$f_0 = 1 - A/x + Bx^2, \quad g_0 = x^2, \quad h_0 = 1/(1 - A/x + Bx^2) \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10) находим, что выражения (11) удовлетворяют системе уравнений (10) при условии $B = R/12$.

Рассмотрим задачу для системы уравнений (10):

$$\begin{aligned} f(0,x) &= 1 - A/x + Bx^2, \quad g(0,x) = x^2, \quad h(0,x) = 1/(1 - A/x + Bx^2), \quad a \leq x \leq b; \\ \tau > 0: f(\tau,a) &= f_0(a), \quad g(\tau,a) = g_0(a), \quad h(\tau,a) = h_0(a), \\ f(\tau,b) &= f_0(b), \quad g(\tau,b) = g_0(b), \quad h(\tau,b) = h_0(b). \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь полагаем $a < b < \infty, f_0(a) > 0, f_0(b) > 0$.

Задача (10), (12) была исследована численными методами в широком диапазоне параметров – рис. 2. Таким образом, было установлено, что метрика Котлера неустойчива в потоках Риччи. В этом случае также развиваются длинноволновые возмущения, как и в случае метрики Шварцшильда рис. 1-2. Схожий характер развития неустойчивости в двух метриках указывает на общность механизма геометрической турбулентности в общей теории относительности [25].

Существует несколько веских доводов против существования черных дыр [26-31]. Мы придерживаемся теории геометрической турбулентности, согласно которой, энергия звезд генерируется благодаря неустойчивости статических метрик [32]. Коллапс звезд, как известно, обусловлен неустойчивостью сферически симметричных тел достаточно большой массы [22, 33]. Однако конечное состояние черной дыры не может описываться статической метрикой типа метрики Шварцшильда, поскольку такие метрики неустойчивы в потоках Риччи. Кажущаяся стабильность метрики черной дыры, установленная в работах [7-8] и других, видимо, обусловлена отбрасыванием экспоненциально растущих возмущений из физических соображений.

Возникает вопрос, существуют ли устойчивые статические метрики? Ниже показано, что статические, аксиально-симметрические метрики типа [17-19] устойчивы в потоках Риччи.

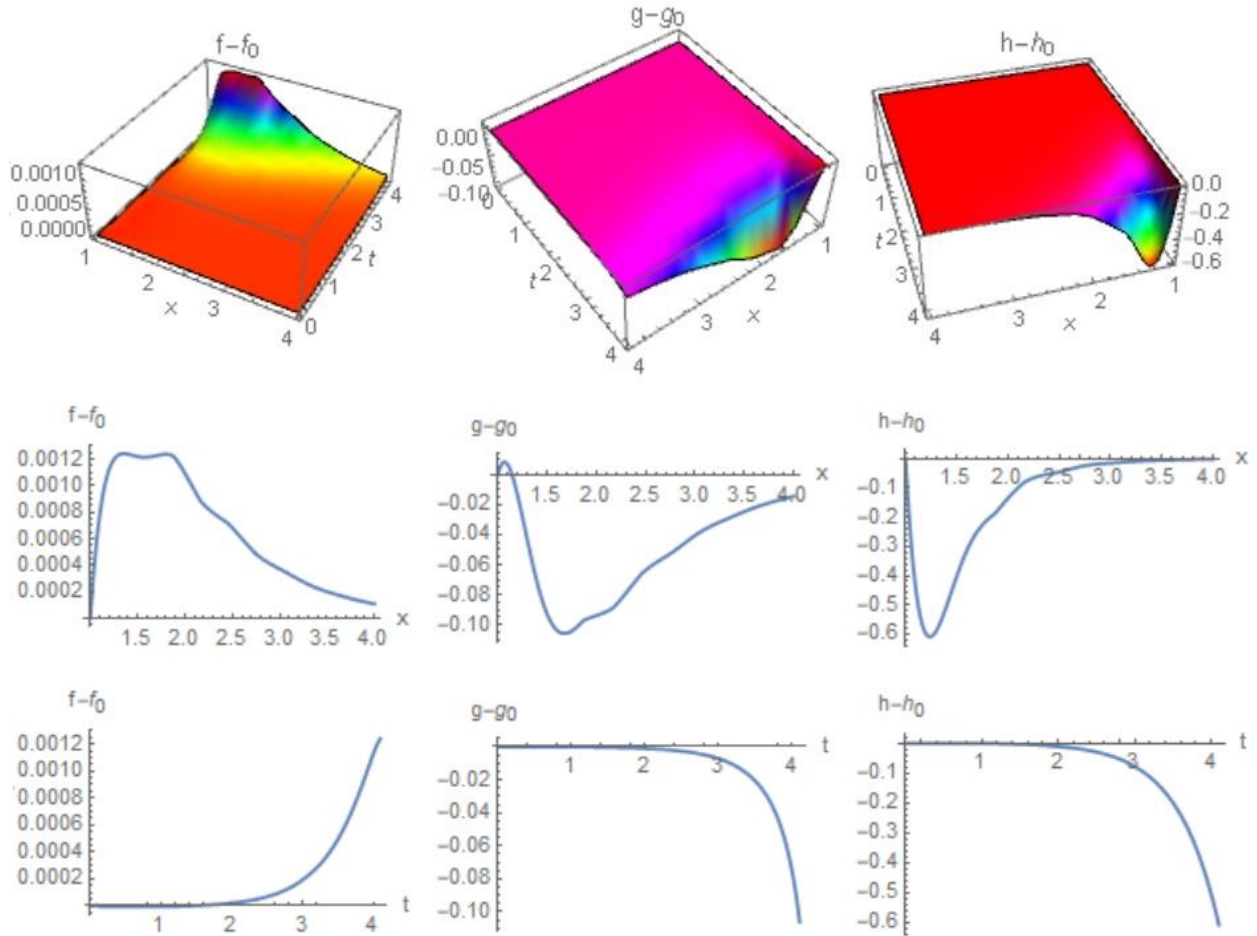


Рис. 2. Эволюция коэффициентов метрики (4) в потоках Риччи в модели (10), (12): сверху - в плоскости (t, x) , в центре – в момент времени $t = 4$, внизу – в точке локального экстремума. Параметры модели $A = 0.01; B = 0.01; a = 1, b = 8$.

Эволюция аксиально-симметрических полей

Решения уравнений Эйнштейна, обладающие осевой симметрией, рассматривались в работах [4, 17-19, 21] и некоторых других (обзор публикаций дан, например, в [4, 21]). Метрика таких пространств, при некоторых предположениях может быть приведена к виду

$$ds^2 = e^\mu dt^2 - e^{-\mu} (e^\nu d\rho^2 + e^\nu dz^2) - e^{-\mu} \rho^2 d\phi^2 \tag{13}$$

Здесь $\rho = \sqrt{x^1{}^2 + x^2{}^2}$; $z = x^3$; $\mu = \mu(\rho, x^3)$, $\nu = \nu(\rho, x^3)$ - функции, удовлетворяющие уравнениям Эйнштейна. Вычисляя компоненты тензора Эйнштейна в метрике (2) и полагая для вакуума

$$G_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}Rg_{\alpha\beta} = 0,$$

находим уравнения поля:

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \frac{\partial^2 \mu}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^3{}^2} = 0, \\ \omega_2 &= \frac{\partial \nu}{\partial \rho} - \frac{\rho}{2} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 - \left(\frac{\partial \mu}{\partial x^3} \right)^2 \right] = 0, \\ \omega_3 &= \frac{\partial \nu}{\partial x^3} - \rho \frac{\partial \mu}{\partial \rho} \frac{\partial \mu}{\partial x^3} = 0, \\ \omega_4 &= \frac{\partial^2 \nu}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \nu}{\partial x^3{}^2} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial x^3} \right)^2 \right] = 0.\end{aligned}\tag{14}$$

Можно проверить, что не все уравнения (3) являются независимыми и что выполняются следующие два соотношения [4]

$$\omega_4 \equiv \frac{\partial \omega_2}{\partial \rho} + \frac{\partial \omega_3}{\partial x^3} + \rho \omega_1 \frac{\partial \mu}{\partial \rho}, \quad \rho \omega_1 \frac{\partial \mu}{\partial x^3} \equiv \frac{\partial \omega_2}{\partial x^3} - \frac{\partial \omega_3}{\partial \rho}\tag{15}$$

Следовательно, можно в качестве системы уравнений для определения двух функций выбрать, например, первое и четвертое уравнения (14), имеем

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \mu}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial x^3{}^2} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \nu}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \nu}{\partial x^3{}^2} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial x^3} \right)^2 \right] &= 0\end{aligned}\tag{16}$$

Разрешая систему уравнений (16) приходим к определению статических полей гравитации в случае осевой симметрии. Отметим, что в нерелятивистском пределе потенциал $\mu = 2\varphi/c^2$, где φ - гравитационный

потенциал в теории гравитации Ньютона. Из второго уравнения (16) находим оценку $v \sim \mu^2 = 4\varphi^2 / c^4$.

Рассмотрим решения системы уравнений (16) вида

$$\begin{aligned} \mu &= -\frac{m_1}{\sqrt{\rho^2 + (z-L_1)^2}} - \frac{m_2}{\sqrt{\rho^2 + (z-L_2)^2}} + a \ln \rho, \\ v &= -\frac{m_1^2 \rho^2}{4(\rho^2 + (z-L_1)^2)^2} - \frac{am_1}{\sqrt{\rho^2 + (z-L_1)^2}} - \frac{m_2^2 \rho^2}{4(\rho^2 + (z-L_2)^2)^2} - \frac{am_2}{\sqrt{\rho^2 + (z-L_2)^2}} \\ &+ \frac{m_1}{\sqrt{\rho^2 + (z-L_1)^2}} \frac{m_2}{\sqrt{\rho^2 + (z-L_2)^2}} \frac{(\rho^2 + (z-L_1)(z-L_2))}{(L_1-L_2)^2} + \frac{a^2}{2} \ln \rho \end{aligned} \quad (17)$$

В частном случае, полагая в (17) $a = 0$, приходим к выражению потенциалов, полученных в работе [19]

$$\begin{aligned} \mu_S(\rho, z, L_1, L_2) &= -\frac{m_1}{\sqrt{\rho^2 + (z-L_1)^2}} - \frac{m_2}{\sqrt{\rho^2 + (z-L_2)^2}}, \\ v_S(\rho, z, L_1, L_2) &= -\frac{m_1^2 \rho^2}{4(\rho^2 + (z-L_1)^2)^2} - \frac{m_2^2 \rho^2}{4(\rho^2 + (z-L_2)^2)^2} + \\ &\frac{m_1}{\sqrt{\rho^2 + (z-L_1)^2}} \frac{m_2}{\sqrt{\rho^2 + (z-L_2)^2}} \frac{(\rho^2 + (z-L_1)(z-L_2))}{(L_1-L_2)^2} - \frac{m_1 m_2}{(L_1-L_2)^2} \end{aligned} \quad (18)$$

Поскольку выражения (18) в дальнейшем используются в численных расчетах, мы добавили ко второму потенциалу константу, с целью исключить особенность, возникающую при условии $L_1 = L_2$.

Отметим, что выражения (18) подверглись критике со стороны Эйнштейна и Розена [34], как лишенные физического смысла. Действительно, в нерелятивистском случае потенциал μ сводится к выражению $\mu = 2\varphi / c^2$, где φ - гравитационный потенциал в теории гравитации Ньютона. Но тогда (18) описывает потенциал двух точечных масс $m_{1,2}$, расположенных на оси симметрии системы в точках $z = L_{1,2}$.

Поскольку точечные массы $m_{1,2}$ не испытывают взаимного перемещения, хотя должны притягиваться согласно теории Ньютона, автор [19] делает ошибочный вывод, что не верна теория относительности

Эйнштейна. В действительности, однако, в теории Ньютона существует статическое решение для двух тяготеющих масс, движущихся по круговым орбитам в синодической системе координат - неинерциальной системе отсчета вращающейся синхронно с периодом обращения тел.

Как известно, синодическая система координат применяется в постановках ограниченной задачи трех тел в классической механике, что может быть использовано в формулировке аналогичной задачи в общей теории относительности [17]. Различие же этих двух задач заключается в наличии потенциала ν , который не имеет аналогов в теории Ньютона, но играет роль аналогичную эффектам неинерциальной системы отсчета в классической механике.

Для моделирования эволюции полей в потоках Риччи используем уравнение (5), в результате имеем систему уравнений параболического типа [17-18]:

$$\begin{aligned}
 e^{\nu-\mu} \frac{\partial \mu}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \mu}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \mu}{\partial z^2} \\
 e^{\nu-\mu} \frac{\partial \nu}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \nu}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \nu}{\partial z^2} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mu}{\partial \rho} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mu}{\partial z} \right)^2 \right]
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Сравнивая (19) и (6) находим, что в случае аксиальной симметрии поля зависят от трех переменных, тогда как в случае сферической симметрии – только от двух.

Рассмотрим в качестве начальных данных для системы уравнений (19) решение Зильберштейна в форме (18) в области $\rho \leq R$, $-L/2 \leq z \leq L/2$. В последующие моменты времени $0 < t \leq t_0$ будем предполагать, что частицы покоятся. Таким образом, для уравнения (19) поставим следующую задачу:

$$\begin{aligned}
t = 0: \mu(0, \rho, z) &= \mu_S(\rho, z, L_1, L_2), \quad v(0, \rho, z) = v_S(\rho, z, L_1, L_2); \\
t > 0: \mu(t, r_0, z) &= \mu_S(r_0, z, L_1, L_2), \quad v(t, r_0, z) = v_S(r_0, z, L_1, L_2), \\
\mu(t, R, z) &= \mu_S(R, z, L_1, L_2), \quad v(t, \rho, z) = v_S(R, z, L_1, L_2), \\
\mu(t, \rho, -L/2) &= \mu_S(\rho, -L/2, L_1 + u_1 t, L_2), \quad v(t, \rho, -L/2) = v_S(\rho, -L/2, L_1, L_2), \\
\mu(t, \rho, L/2) &= \mu_S(\rho, L/2, L_1, L_2), \quad v(t, \rho, L/2) = v_S(\rho, L/2, L_1, L_2),
\end{aligned} \tag{20}$$

Здесь r_0 - граница области, отделяющая область численного интегрирования от оси системы, содержащей сингулярные точки решений Зильберштейна (18). На рис. 3 представлены результаты моделирования эволюции полей в потоке Риччи, выполненные по (19), (20) при следующих значениях параметров:

$$m_1 = 0, m_2 = 0.02, L_1 = 1, L_2 = 0, r_0 = 10^{-2}, R = 2, L = 4. \tag{21}$$

Следовательно, мы рассматриваем эволюцию поля точечной массы, расположенной в начале координат. По смыслу эта задача аналогична задаче (6), (8) об эволюции метрики Шварцшильда. Однако результаты численного решения задачи (19), (20) с данными (21) свидетельствуют об устойчивости поля точечной массы – рис. 3.

Действительно, в этом случае поля μ, v релаксируют из начального состояния в конечное, изменяясь в шестом-седьмом знаке рис. 3, тогда как в аналогичной задаче (6), (8) наблюдается существенное изменение полей за тот же период времени – рис. 1.

Таким образом, мы показали, что метрика Шварцшильда неустойчива в потоках Риччи, тогда как асиально-симметрическая метрика точечного источника устойчива. В этой связи заметим, что в природе преобладают системы с осевой симметрией, а метрика (13) может быть использована для описания движения частиц в спиральных галактиках [35-37].

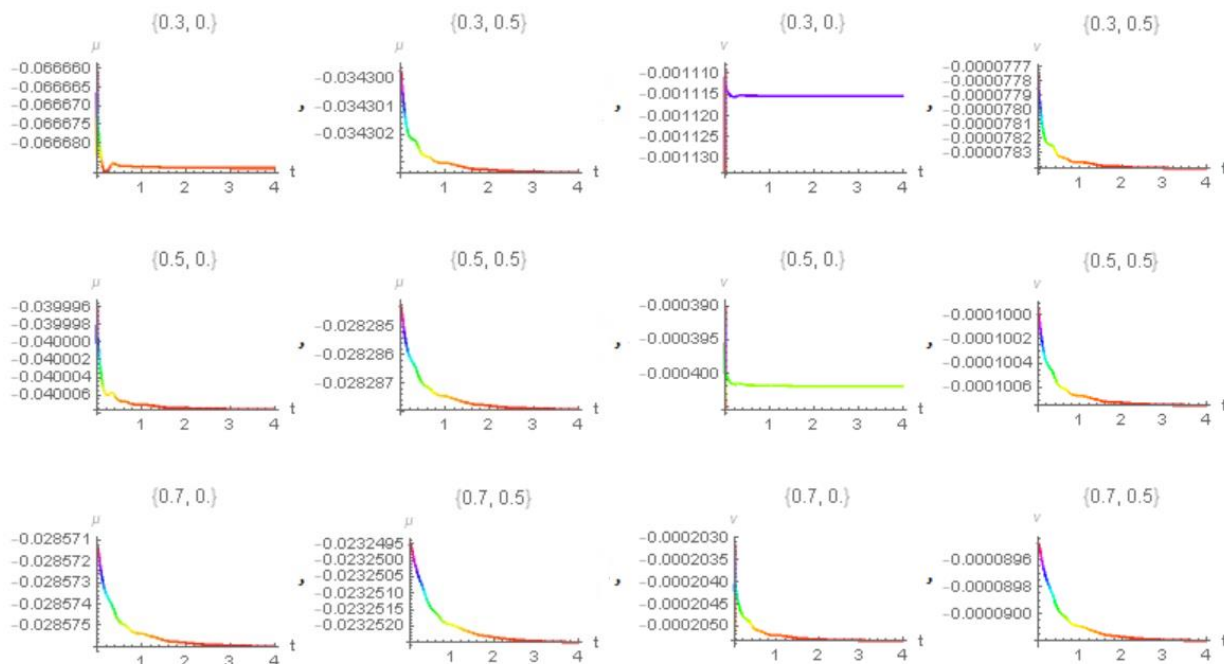


Рис. 3. Зависимости гравитационных потенциалов от времени эволюции в различных точках $\{\rho, z\}$ (координаты точек указаны над рисунками).

Библиографический список

1. Schwarzschild K. Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie// Sitzungsber. Akad. Wiss., Berlin, 1916.
2. Kottler F. Über die physikalischen Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie// Ann. Phys., Ser. 4, 56, 1918.
3. Trefftz E. Das statische Gravitationsfeld zweier Massenpunkte in der Einsteinschen Theorie//Mathematische Annalen, 86, 317-326, 1922.
4. Petrov A.Z. New methods in general relativity. - Moscow: Nauka, 1966.
5. Do Young Kim and Anthony N. Lasenby. Spherically-symmetric solutions in general relativity//arXiv:1604.06365 [gr-qc], 21 Apr 2016.
6. Birkhoff G.D. Relativity and Modern Physics. – Cambridge, MA: Harvard University Press: 1923.
7. Vishveshwara C. V. Stability of the Schwarzschild Metric// Phys. Rev. D 1, 2870 – 2879, 1970.
8. Chandrasekhar S. On the Equations Governing the Perturbations of the Schwarzschild Black Hole// Proc. R. Soc. Lon. A 343, 289, 1975.
9. Clarkson C. A. and Barrett R. K. Covariant Perturbations of Schwarzschild Black Holes// Class. Quant. Grav. 20, 3855, 2003, [gr-qc/0209051].

10. Betschart G. and Clarkson C. A. Scalar field and electromagnetic perturbations on Locally Rotationally Symmetric spacetimes// *Class. Quant. Grav.* 21, 5587, 2005.
11. C. Clarkson. A covariant approach for perturbations of rotationally symmetric spacetimes// *Phys. Rev. D* 76, 104034, 2007, [arXiv:0708.1398(gr-qc)].
12. Kristin Schleich and Donald M. Witt. What does Birkhoff's theorem really tell us?// arXiv:0910.5194v1 [gr-qc], 27 Oct, 2009.
13. Goswami R., and Ellis G. F. R. Birkhoff theorem and matter// *Gen. Relativ. Gravit.* 44, 2037, 2012, [arXiv:1202.0240v1].
14. Ellis G. F. R., and Goswami R. Variations on Birkhoff's theorem// *Gen. Relativ. Gravit.* 45, 2123, 2013, [arXiv:1304.3253v1].
15. Einstein A. Bemerkung zu der Abhandlung von E. Trefftz "Das statische Gravitationsfeld zweier Massenpunkte in der Einsteinschen Theories"// *Sitzungsber. preuss. Akad. Wiss. Phys.-math. K.1.*, 1922, 448—449.
16. Трунев А.П. Квантовая теория гравитации совместная с теорией Янга-Миллса / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №01(095). С. 1204 – 1223. – IDA [article ID]: 0951401070. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2014/01/pdf/70.pdf>
17. Трунев А.П. Ограниченная задача многих тел в потоках Риччи в общей теории относительности / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №08(122). С. 1008 – 1033. – IDA [article ID]: 1221608070. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/08/pdf/70.pdf>.
18. Трунев А.П. Гравитационные волны в потоках Риччи при слиянии сингулярностей / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №07(121). С. 1907 – 1928. – IDA [article ID]: 1211607121. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/07/pdf/121.pdf>.
19. Silberstein L. Two-Centers Solution of the Gravitational Field Equations, and the Need for a Reformed Theory of Matter//*Phys. Rev.* 49, 268, 1936.
20. Abbott B.P. et al. Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger// *Phys. Rev. Let.*, PRL 116, 061102, 12 Feb., 2016.
21. Hans Stephani, Dietrich Kramer, Malcolm MacCallum, Cornelius Hoenselaers, Eduard Herltet. *Exact Solutions to Einstein's Field Equations. Second Edition.* Cambridge University Press. ISBN 0-521-46136-7, 2003.
22. Landau L.D., Lifshitz E.M. *The Classical Theory of Fields. Vol. 2 (3rd ed.).* Pergamon Press. ISBN 978-0-08-016019-1, 1971.
23. Hamilton R.S. A compactness property for solutions of the Ricci flow// *Amer. Jour. Math.* 117, 545-572, 1995.
24. Perelman G. The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications// arXiv:math/0211159, 11 Nov 2002.
25. Трунев А.П. Геометрическая турбулентность и квантовая теория. – Palmarium Academic Publishing, ISBN 978-3-639-72485-1, 2015, 232 с.
26. В. В. Киселёв, А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили. Чёрные дыры: предсказание теории или фантазия?// *Физика элементарных частиц и атомного ядра*, 2006, т. 37, вып.3

27. В. В. Киселёв, А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили. О физической противоречивости решений Шварцшильда и Керра// Теоретическая и математическая физика, 2010, т. 164, №1.
28. С. С. Герштейн, А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили. Несовместимость законов сохранения числа барионов и электрического заряда с концепцией чёрных дыр// Доклады Академии Наук, т. 439, №2, июль 2011.
29. С. С. Герштейн, А. А. Логунов, М. А. Мествиришвили. Принцип причинности Гильберта и невозможность гравитационного коллапса нестатического сферического тела// Доклады Академии Наук, т. 436, №4, февраль 2011.
30. Mitra A. The fallacy of Oppenheimer Snyder collapse: no general relativistic collapse at all, no black hole, no physical singularity// Astrophysics and Space Science, 332:1, 43–48, 2011
31. Mitra A., Singh K.K. The MASS of the Oppenheimer-Snyder-Black Hole: Only Finite MASS Quasi-Black Holes// Int. J. Mod. Phys. D, 22:9, 1350054, 2013.
32. Трунев А.П. Геометрическая турбулентность и эволюция звезд / А.П. Трунев // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №09(103). С. 392 – 421. – IDA [article ID]: 1031409026. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2014/09/pdf/26.pdf>
33. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Теория тяготения и эволюция звезд. – М., «Наука», 1971.
34. Einstein A., Rosen N. Two-Body Problem in General Relativity Theory//Phys. Rev. 49, 404, 1936.
35. Трунев А.П. Общая теория относительности и метрика галактик // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2013. – №10(094). С. 360 – 384. – IDA [article ID]: 0941310027. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2013/10/pdf/27.pdf>
36. Трунев А.П. Динамика релятивистских частиц в метрике галактик // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №02(116). С. 1619 – 1641. – IDA [article ID]: 1161602101. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/02/pdf/101.pdf>
37. Трунев А.П. Динамика частиц в метрике с логарифмическим потенциалом // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2016. – №06(120). С. 1067 – 1092. – IDA [article ID]: 1201606070. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2016/06/pdf/70.pdf>