



Chaos and Correlation
International Journal, March 31, 2015

**УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА В МЕТРИКЕ
УСКОРЕННЫХ И ВРАЩАЮЩИХСЯ СИСТЕМ
ОТСЧЕТА В ОБЩЕЙ ТЕОРИИ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ**

**MAXWELL'S EQUATIONS IN THE METRIC OF
ACCELERATING AND ROTATING
REFERENCE SYSTEMS IN GENERAL
RELATIVITY**

Трунев Александр Петрович
к.ф.-м.н., Ph.D.
Директор, A&E Trounev IT Consulting, Торонто, Канада

Alexander Trunev
Cand.Phys.-Math.Sci., Ph.D.
*Director, A&E Trounev IT Consulting, Toronto,
Canada*

Уравнения Максвелла преобразованы к подвижным осям в метрике, описывающей ускоренные и вращающиеся системы отсчета в общей теории относительности в случае произвольной зависимости ускорения и угловой скорости системы от времени. Обсуждаются известные эффекты, связанные с ускорением и (или) вращением системы отсчета – эффект Саньяка, эффект Стюарта-Толмена и другие аналогичные эффекты.

Maxwell's equations are converted to the moving axes in metric describes the acceleration and rotating reference frame in the general relativity in the case of an arbitrary dependence of acceleration and angular velocity of the system from time. Discusses the known effects associated with acceleration and (or) the rotation of the reference frame - the Sagnac effect, the effect of the Stewart-Tolman and other similar effects.

Ключевые слова: ОБЩАЯ ТЕОРИЯ
ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ, НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ
СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА, ТЕОРЕМА КОРИОЛИСА,
ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ СКОРОСТЕЙ, ТЕОРИЯ
ПОТЕНЦИАЛА, УРАВНЕНИЯ МАКСВЕЛЛА

Keywords: GENERAL RELATIVITY, NON-
INERTIAL REFERENCE FRAME, CORIOLIS
THEOREM, VELOCITY-ADDITION THEOREM,
MAXWELL'S EQUATIONS, POTENTIAL
THEORY.

Введение

В классической электродинамике Максвелла [1] большую роль сыграли преобразования Лоренца [2-12], которые описывают переход из одной инерциальной системы отсчета в другую. Однако в практических приложениях не менее важную роль играют общие преобразование уравнений Максвелла к подвижным осям, которые впервые были рассмотрены в трактате [1] с использованием преобразований координат и скорости, справедливых в классической механике [13-15].

В этой связи заметим, что в общей теории относительности преобразование уравнений Максвелла к подвижным осям сводится к http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR_3_2_2015.pdf

нахождению соответствующей метрики [6-7]. Вопрос об ускоренных или вращающихся системах отсчета в общей теории относительности рассматривался в работах [3-12, 16-22] и других.

Как известно, разделение систем отсчета на инерциальные, ускоренные, вращающиеся и на ускоренные и вращающиеся принято в классической механике, в которой такое разделение позволяет описать сложное движение материальной точки в неинерциальных системах отсчета [13-15]. Ускорение в двух системах отсчета, одна из которых является неподвижной, а другая движется относительно первой с произвольной скоростью, связаны между собой, в силу теоремы Кориолиса, уравнением [13]

$$\mathbf{a}_a = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_\tau + 2\mathbf{a}_c \quad (1)$$

Вектор в левой части уравнения (1) называется абсолютным ускорением, первое слагаемое в правой части называется относительным ускорением, второе слагаемое – это переносное ускорение, наконец, третье слагаемое – удвоенное дополнительное (или составное центростремительное) ускорение [13]. Отметим, что иногда вектор $2\mathbf{a}_c$ называют ускорением Кориолиса [14], а произведение массы на ускорение Кориолиса – силой Кориолиса [15].

Поскольку выражение (1) является следствием классического правила сложения векторов скорости [13-15], можно предположить, что в общей теории относительности уравнение (1) не должно выполняться. Однако в работе [22] показано, что существует такая метрика с сигнатурой $(+, -, -, -)$, в которой выполняется и классическое правило сложения скоростей, и теорема Кориолиса (1).

Известно, что в неинерциальных системах отсчета наблюдаются различные электродинамические и оптические эффекты – эффект Саньяка,

эффект Стюарта-Толмена и другие. В настоящей работе обсуждаются вопросы моделирования указанных эффектов в общей теории относительности в метрике ускоренных и вращающихся систем координат. На основе уравнений Максвелла развита теория электродинамических эффектов в неинерциальных системах отсчета в общей теории относительности.

Принцип эквивалентности и уравнения общей теории относительности

Уравнения Эйнштейна имеют вид [4-12]:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = g_{\mu\nu} \Lambda + \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2)$$

$$R_{ik} = R_{jk}^j, \quad R = g^{ik} R_{ik},$$

$$R_{\beta\gamma\delta}^{\alpha} = \frac{\partial \Gamma_{\beta\delta}^{\alpha}}{\partial x^{\gamma}} - \frac{\partial \Gamma_{\beta\gamma}^{\alpha}}{\partial x^{\delta}} + \Gamma_{\beta\delta}^{\mu} \Gamma_{\mu\gamma}^{\alpha} - \Gamma_{\beta\gamma}^{\mu} \Gamma_{\mu\delta}^{\alpha},$$

$$\Gamma_{jk}^i = \frac{1}{2} g^{is} \left(\frac{\partial g_{sj}}{\partial x^k} + \frac{\partial g_{sk}}{\partial x^j} - \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^s} \right)$$

$R_{\mu\nu}, g_{\mu\nu}, T_{\mu\nu}$ - тензор Риччи, метрический тензор и тензор энергии-импульса; Λ, G, c - космологическая постоянная Эйнштейна, гравитационная постоянная и скорость света соответственно; $R_{\beta\gamma\delta}^{\alpha}$ - тензор Римана, Γ_{kl}^i - символы Кристоффеля второго рода.

Как известно, принцип эквивалентности, положенный в основу общей теории относительности, гласит, что «инерция и тяжесть тождественны; отсюда и из результатов специальной теории относительности неизбежно следует, что симметричный «фундаментальный тензор» (g_{ik}) определяет метрические свойства пространства, движение тел по инерции в нем, а также и действие гравитации» - [4], с. 613.

Однако принцип эквивалентности, видимо, имеет и более широкое применение, например, в квантовой механике [23-24]. Фактически этот принцип означает, что любое ускорение, обусловленное внешними силами, эквивалентно некоторому изменению метрики [16-17]. Ниже показано, что существует такая метрика, в которой движение пробных частиц точно соответствует классическому движению в неинерциальной системе координат.

Уравнения движения материальной точки в гравитационном поле можно представить в форме [4-12]

$$\frac{d^2 x^\mu}{ds^2} + \Gamma_{\nu\lambda}^\mu \frac{dx^\nu}{ds} \frac{dx^\lambda}{ds} = 0 \quad (3)$$

Рассмотрим метрику, связанную с движением материальной точки с заданной скоростью $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$, имеем

$$ds^2 = dt^2 - (dx - u_1 dt)^2 - (dy - u_2 dt)^2 - (dz - u_3 dt)^2 \quad (4)$$

Вычисляя отличные от нуля коэффициенты аффинной связности в метрике (4), получим

$$\Gamma_{11}^2 = -\frac{du_1}{dt}, \quad \Gamma_{11}^3 = -\frac{du_2}{dt}, \quad \Gamma_{11}^4 = -\frac{du_3}{dt} \quad (5)$$

Уравнения (3) удовлетворяется тождественно, если мы положим

$$ds = dt, \quad \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d\mathbf{u}}{dt}, \quad (6)$$

$$\mathbf{r} = (x, y, z)$$

Метрика (4) описывает классическое движение с ускорением. Уравнение (2) для пустого пространства и при равной нулю космологической константе также удовлетворяется, поскольку $R_{ik} = 0$ в метрике (4). Более того тензор Римана $R_{\beta\gamma\delta}^\alpha = 0$. Следовательно, движение с ускорением не изменяет кривизну

пространства и не требует для своего поддержания материи, если ускорение является только функцией времени.

Ускоренные и вращающиеся системы отсчета

Рассмотрим метрику вида (4), в которой положим [22]

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}(t) + [\mathbf{k}(t) \times \mathbf{r}] \quad (7)$$

$$ds^2 = dt^2 - (dx - u_1 dt)^2 - (dy - u_2 dt)^2 - (dz - u_3 dt)^2$$

Здесь $\mathbf{v}(t) = (v_1, v_2, v_3)$, $\mathbf{k}(t) = (k_1, k_2, k_3)$, $\mathbf{r} = (x, y, z)$ - трехмерные векторы, для которых справедлива операция векторного умножения.

Покажем, что метрика (7) описывает движение в ускоренных и вращающихся системах координат. Действительно, вычисляя отличные от нуля коэффициенты аффинной связности и тензор кривизны в метрике (7), получим

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^2 &= -\frac{d v_1}{dt} - x(k_2^2 + k_3^2) + k_1(yk_2 + zk_3) - k_3 v_2 + k_2 v_3 - z \frac{dk_2}{dt} + y \frac{dk_3}{dt}, \\ \Gamma_{31}^2 &= k_3, \Gamma_{41}^2 = -k_2, \\ \Gamma_{11}^3 &= -\frac{d v_2}{dt} - y(k_1^2 + k_3^2) + k_2(xk_1 + zk_3) - k_1 v_3 + k_3 v_1 + z \frac{dk_1}{dt} - x \frac{dk_3}{dt}, \\ \Gamma_{21}^3 &= -k_3, \Gamma_{41}^3 = k_1, \\ \Gamma_{11}^4 &= -\frac{d v_3}{dt} - z(k_1^2 + k_2^2) + k_3(yk_2 + xk_1) - k_2 v_1 + k_1 v_2 - y \frac{dk_1}{dt} + x \frac{dk_2}{dt}, \\ \Gamma_{21}^4 &= k_2, \Gamma_{31}^4 = -k_1. \end{aligned} \quad (8)$$

Подставляя выражения (8) в уравнения (3) и производя несложные преобразования, находим

$$ds = dt, \quad \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} - \frac{d\mathbf{v}}{dt} + [\mathbf{k} \times \mathbf{v}] + [\mathbf{r} \times \dot{\mathbf{k}}] + 2[\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{k}] - [\mathbf{k} \times [\mathbf{r} \times \mathbf{k}]] = 0 \quad (9)$$

Здесь $\dot{\mathbf{r}} = d\mathbf{r} / dt$, $\dot{\mathbf{k}} = d\mathbf{k} / dt$ - трехмерные векторы, описывающие скорость изменения величин по отношению к подвижным осям выбранной системы координат. Выражение (9) можно сравнить с классической

формулой движения материальной частицы в неинерциальной системе отсчета [13-15]. Так, например, в [15] это движение описывается уравнением (39.7), имеем

$$m \frac{d\tilde{\mathbf{v}}}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial \tilde{\mathbf{r}}} - m\mathbf{W} + m[\tilde{\mathbf{r}} \times \dot{\boldsymbol{\Omega}}] + 2m[\tilde{\mathbf{v}} \times \boldsymbol{\Omega}] + m[\boldsymbol{\Omega} \times [\tilde{\mathbf{r}} \times \boldsymbol{\Omega}]] \quad (10)$$

Здесь m, U – масса частицы и потенциал внешнего поля соответственно. Выражение (10) получено путем преобразования функции Лагранжа в два этапа, на первом из которых осуществляется переход из инерциальной системы в ускоренную систему, движущуюся со скоростью $\mathbf{V}(t)$ и с ускорением \mathbf{W} , а на втором - в систему координат, вращающуюся с угловой скоростью $\boldsymbol{\Omega}$.

Отметим, что при преобразовании к подвижным осям ускорение также преобразуется [13-15], что не принято во внимание при выводе уравнения (10), поэтому следует положить в правой части (10)

$$\mathbf{W} = \frac{d\mathbf{V}}{dt} + [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}]$$

Опуская в уравнении (10) градиент потенциала внешнего поля и полагая $m = 1$, имеем

$$\frac{d\tilde{\mathbf{v}}}{dt} = -\frac{d\mathbf{V}}{dt} - [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}] + [\tilde{\mathbf{r}} \times \dot{\boldsymbol{\Omega}}] + 2[\tilde{\mathbf{v}} \times \boldsymbol{\Omega}] + [\boldsymbol{\Omega} \times [\tilde{\mathbf{r}} \times \boldsymbol{\Omega}]] \quad (11)$$

Сравнивая (10) и (11) находим, что для согласования этих уравнений достаточно будет определить систему координат так, чтобы выполнялись уравнения

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{r}} &= -\mathbf{r}, \quad \tilde{\mathbf{v}} = -\dot{\mathbf{r}}, \quad \frac{d\tilde{\mathbf{v}}}{dt} = -\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}; \\ \boldsymbol{\Omega} &= -\mathbf{k}, \quad \dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\dot{\mathbf{k}} \end{aligned} \quad (12)$$

Отображение (12), очевидно, описывает преобразование системы координат, связанное с выбором ориентации осей. Таким образом, мы доказали, что классическое движение в неинерциальной системе координат описывается в общей теории относительности в метрике (7).

Полученный выше результат об эквивалентности описания движения в неинерциальных системах отсчета в классической механике и в общей теории относительности позволяет моделировать любые силы механической природы, включая силы электродинамического происхождения и само электромагнитное поле как механическую систему [1]. Это также означает, что классическая механика является точной, а не приближенной моделью в общей теории относительности [22].

Наконец, заметим, что уравнение (2) для пустого пространства и при равной нулю космологической константе удовлетворяется автоматически, поскольку $R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} = 0$ в метрике (7).

Уравнения Максвелла в неинерциальных системах отсчета

Максвелл [1] рассмотрел вопрос об изменении электродвижущей интенсивности в случае неинерциальной системы координат, скорость которой изменяется по закону (7). Максвелл пришел к выводу, что в случае замкнутых токов переход в неинерциальную систему координат не должен сказываться на электродинамических явлениях. С другой стороны, известно, например, что в неинерциальной системе координат наблюдается эффект возбуждения тока ускорением [25]

Среди оптических явлений в неинерциальных системах координат отметим опыт Саньяка [26], в котором наблюдается сдвиг полос в интерферометре, обусловленный вращением системы отсчета, и аналогичный

ему эффект изменения пятна дифракции Френеля при периодическом изменении ускорения в системе маятника [27].

Для моделирования перечисленных явлений рассмотрим уравнения Максвелла в метрике (7). Для этого используем стандартное представление уравнений электродинамики при наличии гравитационного поля [6-7]

$$\begin{aligned}
 \mathbf{D} &= \mathbf{E} / \sqrt{h} + [\mathbf{H}\mathbf{g}], & \mathbf{B} &= \mathbf{H} / \sqrt{h} + [\mathbf{g}\mathbf{E}] \\
 \text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{1}{c\sqrt{\gamma}} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{\gamma} \mathbf{B}, & \text{div } \mathbf{D} &= 4\pi\rho \\
 \text{rot } \mathbf{H} &= \frac{1}{c\sqrt{\gamma}} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{\gamma} \mathbf{D} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, & \text{div } \mathbf{B} &= 0 \\
 \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{\gamma} \rho &+ \text{div } \mathbf{j} &= 0
 \end{aligned} \tag{13}$$

Здесь использованы стандартные обозначения для векторов напряженности электрического и магнитного поля, для электрической и магнитной индукции, плотности электрического заряда и тока. Метрический тензор, скаляр $h = g_{00}$, вектор $g_\alpha = g_{0\alpha}$ и трехмерный тензор $\gamma_{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} + hg_\alpha g_\beta$, определитель которого фигурирует в системе уравнений (13), имеют вид:

$$\begin{aligned}
 g_{\mu\nu} &= \begin{pmatrix} 1-u^2 & u_1 & u_2 & u_3 \\ u_1 & -1 & 0 & 0 \\ u_2 & 0 & -1 & 0 \\ u_3 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, & g^{\mu\nu} &= \begin{pmatrix} 1 & u_1 & u_2 & u_3 \\ u_1 & u_1^2-1 & u_1u_2 & u_1u_3 \\ u_2 & u_1u_2 & u_2^2-1 & u_2u_3 \\ u_3 & u_1u_3 & u_2u_3 & u_3^2-1 \end{pmatrix} \\
 h = 1-u^2, \mathbf{g} = -\frac{\mathbf{u}}{1-u^2}, \gamma_{\alpha\beta} &= \begin{pmatrix} 1+\frac{u_1^2}{1-u^2} & \frac{u_1u_2}{1-u^2} & \frac{u_1u_3}{1-u^2} \\ \frac{u_1u_2}{1-u^2} & 1+\frac{u_2^2}{1-u^2} & \frac{u_2u_3}{1-u^2} \\ \frac{u_1u_3}{1-u^2} & \frac{u_2u_3}{1-u^2} & 1+\frac{u_3^2}{1-u^2} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{14}$$

Здесь мы положили для упрощения $c=1$. Вычисляя определитель метрического тензора и трехмерного тензора в метрике (7), находим, что $g = -1, \gamma = 1/(1-u^2)$. Приведем для сравнения систему уравнений Максвелла в тензорном виде [6-7]

$$\begin{aligned} F_{ik} &= \frac{\partial A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^k}, \quad \frac{\partial F_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial F_{li}}{\partial x^k} + \frac{\partial F_{kl}}{\partial x^i} = 0 \\ \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(\sqrt{-g} F^{ik})}{\partial x^k} &= -\frac{4\pi}{c} j^i, \quad \frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial(\sqrt{-g} j^i)}{\partial x^i} = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Наконец, волновое уравнение, описывающее скалярный потенциал в произвольной метрике имеет вид

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left(\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\nu} \Psi \right) = 0 \quad (16)$$

Используя выражение метрического тензора (14), находим уравнение потенциала в неинерциальной системе координат в метрике (7)

$$\begin{aligned} \Psi_{xx} - (1-u_1^2)\Psi_{xx} - (1-u_2^2)\Psi_{yy} - (1-u_3^2)\Psi_{zz} + 2u_1\Psi_{tx} + 2u_2\Psi_{ty} + 2u_3\Psi_{tz} + \\ + 2u_1u_2\Psi_{xy} + 2u_1u_3\Psi_{xz} + 2u_2u_3\Psi_{yz} + (\partial_t u_1 + u_2 \partial_y u_1 + u_3 \partial_z u_1)\Psi_x + \\ (\partial_t u_2 + u_1 \partial_x u_2 + u_3 \partial_z u_2)\Psi_y + (\partial_t u_3 + u_1 \partial_x u_3 + u_2 \partial_y u_3)\Psi_z = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Компоненты скорости и ускорения вычисляются согласно первому уравнению (7) в виде

$$\begin{aligned} u_1 &= v_1(t) - k_3(t)y + k_2(t)z, \quad \partial_t u_1 = \dot{v}_1 - \dot{k}_3 y + \dot{k}_2 z, \quad \partial_y u_1 = -k_3, \quad \partial_z u_1 = k_2, \\ u_2 &= v_2(t) + k_3(t)x - k_1(t)z, \quad \partial_t u_2 = \dot{v}_2 + \dot{k}_3 x - \dot{k}_1 z, \quad \partial_x u_2 = k_3, \quad \partial_z u_2 = -k_1, \\ u_3 &= v_3(t) - k_2(t)x + k_1(t)y, \quad \partial_t u_3 = \dot{v}_3 - \dot{k}_2 x + \dot{k}_1 y, \quad \partial_x u_3 = -k_2, \quad \partial_y u_3 = k_1. \end{aligned} \quad (18)$$

Уравнение (17) описывает многочисленные электродинамические и оптические эффекты, которые, можно наблюдать в неинерциальных системах отсчета. Часть этих эффектов зависит линейно от скорости и ускорения, чем объясняется, например, дипольное излучение системы зарядов, эффект Стюарта-Толмена [25], эффект Саньяка [26-27] и aberrация света звезд [28].

Другие эффекты зависят от квадрата скорости, но попытки зарегистрировать эти эффекты в известном эксперименте Майкельсона-Морли [29] не увенчались успехом.

Отметим существенное отличие скалярного волнового уравнения (17) от уравнений Максвелла в трехмерной форме (13). Уравнение (17) содержит слагаемые, линейные относительно ускорения системы, тогда как уравнения Максвелла не содержат аналогичных слагаемых. Действительно, слагаемое пропорциональное ускорению возникает в уравнениях (13) при дифференцировании по времени определителя $\gamma = 1/(1-u^2)$, но его производная, как это легко можно видеть, пропорциональна $(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}_t)$.

Следовательно, уравнения Максвелла описывают эффекты, обусловленные ускорением, как эффекты второго порядка, тогда как волновое уравнение описывает аналогичные эффекты как эффекты первого порядка. Отметим, что излучение электромагнитных волн и эффект Стюарта-Толмена являются эффектами первого порядка относительно ускорения системы.

Второе отличие заключается в том, что волновое уравнение (17) содержит слагаемые, пропорциональные градиенту скорости, тогда как уравнения Максвелла вообще не содержат подобных слагаемых. Отметим, что эти слагаемые описывают эффекты излучения при вращении системы, например, циклотронное излучение.

Третье отличие заключается в том, что волновое уравнение (17) не содержит особенности при переходе через скорость света, тогда как уравнения (13) теряют свой смысл при условии, что $u \rightarrow 1$, поскольку в этом случае $h \rightarrow 0$. С другой стороны, уравнения Максвелла в ковариантной форме (15) не содержат особенности при переходе через скорость света.

Наконец, заметим, что теория излучения в классической электродинамике строится на основе запаздывающих потенциалов, а не на основе уравнений (13). Действительно, запаздывающие потенциалы позволяют связать излучение с движением зарядов в системе, что равносильно переходу в неинерциальную систему отсчета и к волновому уравнению типа (17).

Моделирование распространения волн в ускоренных и вращающихся системах отсчета

Вопросы моделирования плоских и цилиндрических волн в ускоренных и вращающихся системах отсчета были рассмотрены в работе [22]. Было установлено, что скорость распространения волнового фронта может изменяться в широких пределах в зависимости от ускорения системы. При некоторых условиях возможным является эффект остановки и разворота волнового фронта. Этот эффект объясняется тем, что в метрике (7) выполняется классическое правило сложения скоростей.

В случае трех пространственных измерений задача о распаде начального состояния для уравнения (17) формулируется следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \Psi(0, x, y, z) &= \exp(-x^2 - y^2 - z^2), \quad \Psi_t(0, x, y, z) = 0, \\
 \Psi(t, -L, y, z) &= \Psi(t, L, y, z), \quad \Psi(t, x, -L, z) = \Psi(t, x, L, z), \\
 \Psi(t, x, y, -L) &= \Psi(t, x, y, L), \\
 u_1(t, y, z) &= g_1 t - y g_6 t + z g_5 t, \quad u_2(t, x, z) = g_2 + x g_6 t - z g_4 t, \\
 u_3(t, x, y) &= g_3 - x g_5 t + y g_4 t,
 \end{aligned} \tag{19}$$

На рис. 1-3 представлены данные численного моделирования распада начального состояния в нейтральной системе по уравнениям (17)-(19). Ускорение системы в численной модели (19) описывается шестимерным вектором параметров $\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$, величина которого нанесена на рис. 1-3. Из анализа данных, представленных на рис. 1-3 следует, что

скорость волнового фронта при распаде начального состояния может изменяться в широких пределах в зависимости от ускорения системы.

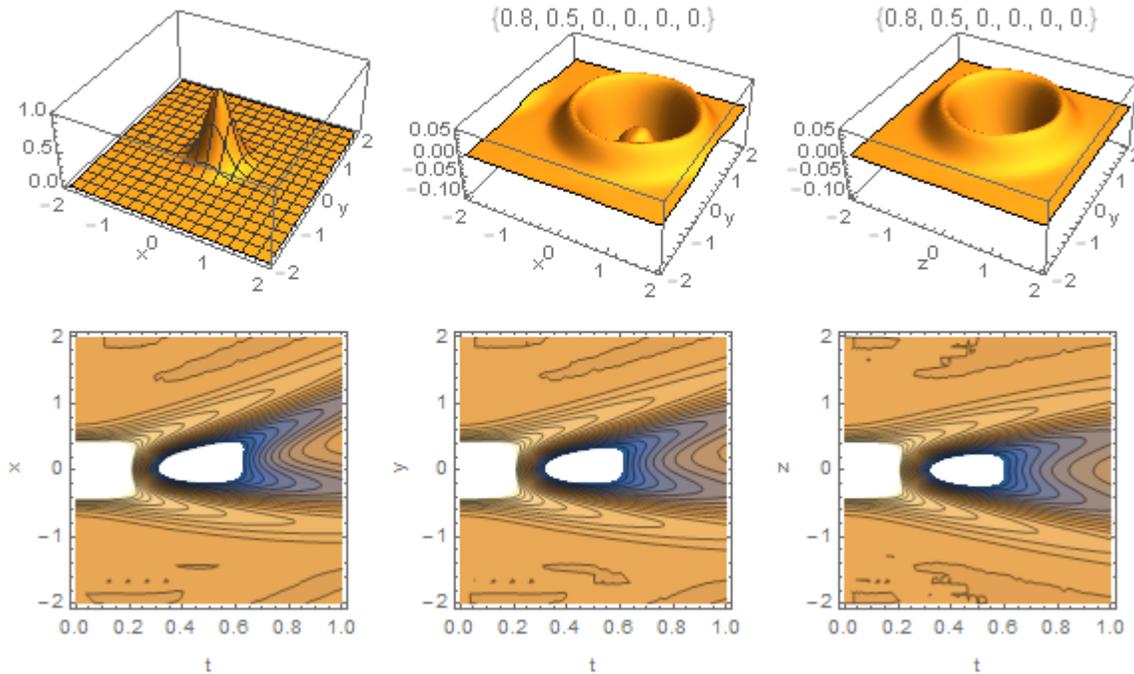


Рис. 1. Распад начального состояния в трехмерной системе, движущейся с ускорением: вектор параметров ускорения $\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$ показан над трехмерным изображением волн в фигурных скобках

Полученные результаты о скорости распространении волнового фронта в метрике ускоренных и вращающихся систем показывают, что геометрия плоского пространства Минковского, автоморфизмы которой составляют группу Лоренца [10] не является единственно возможной для физических приложений. Другая возможная геометрия – это риманова геометрия общей теории относительности [4-12]. В этом случае существует метрика (7), описывающая геометрию пространства-времени в ускоренных и

вращающихся системах отсчета. В метрике (7) выполняется классическое правило сложения скоростей и теорема Кориолиса (1), справедливая в классической механике [13-15]. Отметим, что при формулировке специальной теории относительности Эйнштейн [3-4] опиралась не на эксперимент Майкельсона-Морли [29] и не на гипотезу Фитцджеральда и Лоренца о сокращении продольных размеров [30-31], а на принцип относительности и гипотезу о постоянстве скорости света в инерциальных системах отсчета. Как известно, эти два принципа широко используются в современной квантовой теории и в физике элементарных частиц.

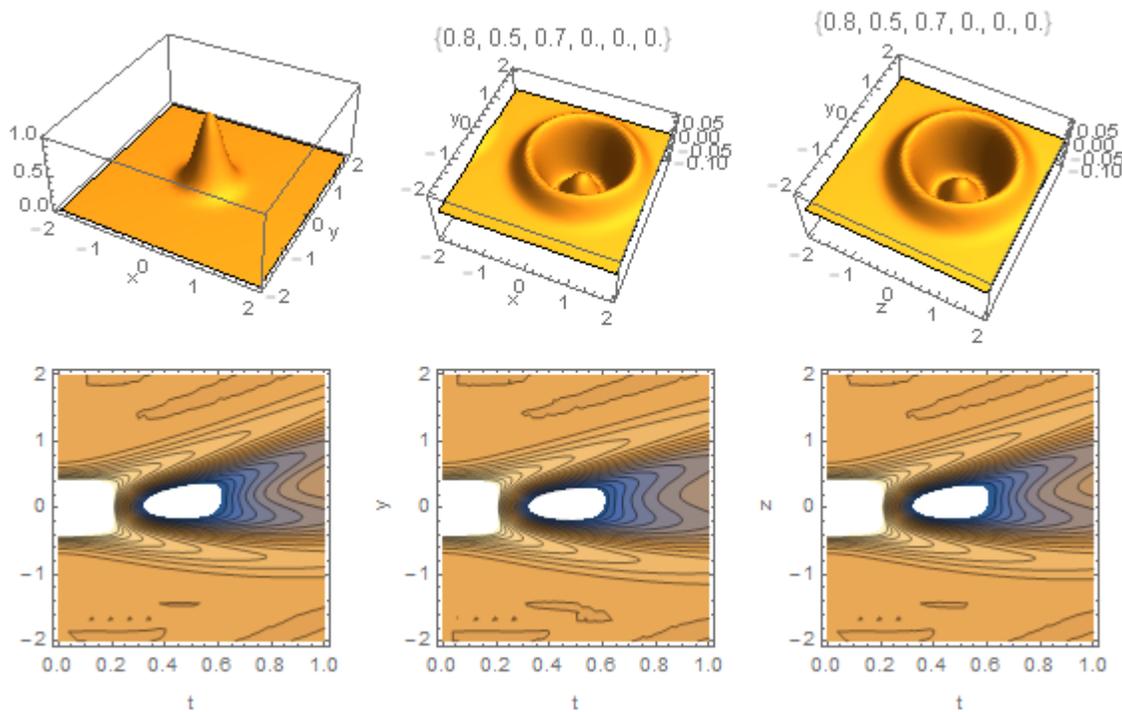


Рис. 2. Распад начального состояния в трехмерной системе, движущейся с ускорением: вектор параметров ускорения $\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$ показан над трехмерным изображением волн в фигурных скобках

Однако еще на стадии экспериментальной проверки уравнений динамики и кинематики электронов не было получено убедительных доказательств в пользу релятивистской теории Лоренца-Эйнштейна в сравнении с классической теорией Абрагама [32]. Окончательный выбор был сделан только в 1940 году, но не столько под давлением экспериментальных фактов, сколько под давлением сторонников релятивистской квантовой теории.

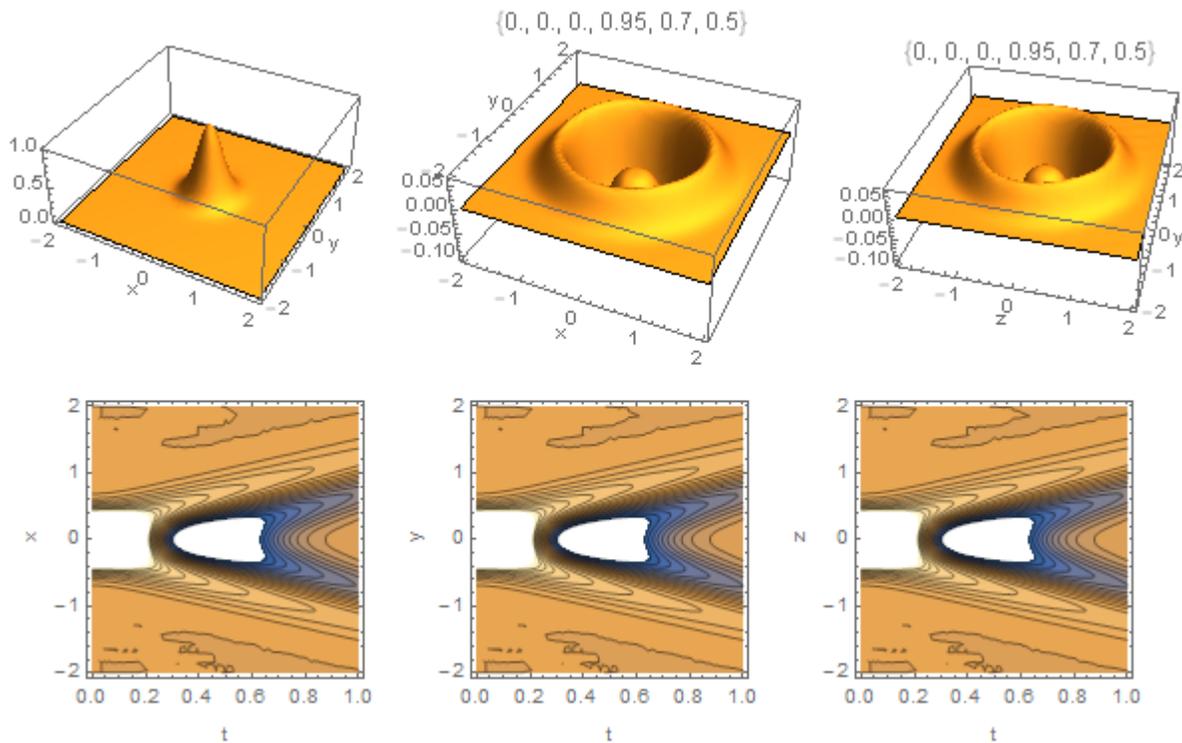


Рис. 3. Распад начального состояния в трехмерной системе, вращающейся с ускорением: вектор параметров ускорения $\{g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6\}$ показан над трехмерным изображением волн в фигурных скобках

Впечатляющие успехи квантовой электродинамики [33], позволившей дать объяснение некоторым тонким эффектам, связанным с поправками к магнитному моменту электрона, казалось бы, полностью разрешают проблему выбора в пользу теории Лоренца-Эйнштейна [2-3]. Но в тоже время, известно, например, что не получили должного объяснения наблюдаемые магнитные моменты нуклонов – протона и нейтрона.

С точки зрения общей теории относительности не существует привилегированных систем отсчета, тогда как инерциальные системы отсчета, очевидно, являются привилегированными. Расширение используемых в физике систем отнесения, допускаемых принципом относительности, является очевидным шагом на пути развития квантовой теории. Это позволят включить метрику типа (7) и уравнения типа (17) в число основных инструментов исследования фундаментальных свойств материи и движения, наряду с другими метриками, типа метрики адронов и метрик многомерных пространств [24].

Библиографический список

1. Maxwell J. C. Treatise on Electricity and magnetism. – Macmillan and Co, London, 1873.
2. Лорентц Г.А. Теория электронов и ее применение к явлениям света и теплового излучения. - Москва, ГИТТЛ, 1953.
3. Einstein A. Zur Elektrodynamik der bewegter Korper// Ann. Phys., 1905, 17, 891—921.
4. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 1. - Москва, «Наука», 1965.
5. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения (2-е изд.). – М.: ГИФМЛ, 1961.
6. Ландау Л. Д, Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т.2. Теория поля. – 7 изд. – М.: Наука. - 1988; L. D. Landau and E. M. Lifshitz. The Classical Theory of Fields. Pergamon, New York, second edition, 1962.
7. Weinberg Steven. Gravitation and Cosmology. – John Wiley & Sons, 1972.

8. Мак-Витти Г.К. Общая теория относительности и космология. – М., ИЛ, 1961.
9. Синг Дж. Л. Общая теория относительности. – М., ИЛ, 1963.
10. Петров А.З. Новые методы в общей теории относительности. – М., Наука, 1966.
11. Меллер К. Теория относительности. – М., Атомиздат, 1975, 400 с.
12. Мизнер Ч., Торн К., Уиллер Дж. Гравитация. Том 1. – М., «Мир», 1977.
13. Леви-Чевита Т., Амальди У. Курс теоретической механики. Т. 1. Ч. 1. – Москва-Ленинград, ОНТИ, 1935.
14. Айзерман М.А. Классическая механика. – М., Наука, 1980.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т.1 Механика. -4 изд. – М., Наука, 1988.
16. Kinnersley W. Field of an Arbitrary Accelerating Point Mass//Phys. Rev., Vol. 186, Iss. 5, 1969.
17. Alcubierre M. The warp drive: hyper-fast travel within general relativity//Class.Quant.Grav. 11, L73 (1994), gr-qc/0009013.
18. Подосенов С. А.. Пространство, время и классические поля связанных структур. М.: Компания Спутник +, 2000, 445 с.
19. Burinskii A. Rotating Photon Rocket Solution//arXiv: gr-gc/0210010v1, 2002.
20. Трунев А.П. Скорость гравитации и сверхбыстрое движение в общей теории относительности// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №06(100).
21. Трунев А.П. О представлении решений уравнений Навье-Стокса в общей теории относительности // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №04(098). С. 1566 – 1587.
22. Трунев А.П. Метрика ускоренных и вращающихся систем отсчета в общей теории относительности// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2015. – №106(02).

23. Ricardo Gallego Torrome'. On the emergence of quantum mechanics, diffeomorphism invariance and the weak equivalence principle from deterministic Cartan-Randers systems// arXiv:1402.5070v1 [math-ph] 20 Feb 2014.
24. Трунев А.П. Геометрическая турбулентность и квантовая теория. – Palmarium Academic Publishing, ISBN 978-3-639-72485-1, 2015, 232 с.
25. Tolman R.C., Stewart T.D. The electromotive force produced by the acceleration of metals// Physical Review 8 (2): 97–116, 1916.
26. Sagnac Georges. L'éther lumineux démontré par l'effet du vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme//Comptes Rendus 157: 708–710, 1913; Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant// Comptes Rendus 157: 1410–1413,1913.
27. Трунев А.П. О взаимодействии света и частиц с гравитационными волнами // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2014. – №04(098). С. 1511 – 1547.
28. Bradley James. New Discovered Motion of the Fix'd Stars// Philosophical Transactions, 1727-1728, 35.
29. Michelson A. A., Morley E. W. On the Relative Motion of the Earth and the Luminiferous Ether // Amer. J. Sci., 1887 (3), 34, 333.
30. FitzGerald G.F. The Ether and the Earth's atmosphere// Science 13 (328), 1889.
31. Lorentz H.A. De relatieve beweging van de aarde en den aether (The Relative Motion of the Earth and the Aether)// Amsterdam, Zittingsverlag Akad., v. Wet., 1, p.74.
32. Трунев А.П. Существуют ли экспериментальной подтверждение релятивистской теории Лоренца? // Chaos and Correlation, May 19, 2010.
33. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. IV/В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Квантовая электродинамика. – 3-е изд., испр. – М.: Наука, Гл. Ред. Физ.-мат. Лит., 1989, - 728 с.