



## Хаос и фазовые переходы в атомных ядрах

## Chaos and phase transitions in atomic nuclei

**Alexander P. Trunev (Toronto, Canada)**

**Alexander P. Trunev**

В работе рассмотрена модель хаотического поведения нуклонов в атомных ядрах, построенная на основе модели ядерных взаимодействий и статистики Ферми-Дирака. Показано, что в такой модели наблюдаются фазовые переходы, при которых энергия и химический потенциал образуют на плоскости замкнутые фигуры.

The model of chaotic behavior of nucleons in nuclei, based on the model of nuclear interactions and the Fermi-Dirac statistics is discussed. It is shown that in this model there are phase transitions, and in the chemical potential and energy plane there are specific geometric figures.

Ключевые слова: нейтрон, протон, ядро, ядерная оболочка, хаос, химический потенциал, энергия связи.

Keywords: Binding Energy, Chaos, Chemical Potential, Neutron, Nuclei, Nuclei Shell, Proton.

Известно, что энергия связи нуклонов в атомных ядрах зависит, как от наличия регулярного движения протонов и нейтронов в ядерных оболочках, так и от хаотического поведения нуклонов, что вносит неопределенность в измерение величины массы нуклидов [1-3]. Модели хаотического поведения нуклонов основаны на аналогии с хаосом в классических динамических системах, а также на представлениях о квантовом хаосе [4-5].

В работе [6] развита модель бифуркации энергии связи в атомных ядрах, основанная на теории ядерных взаимодействий [7] и обобщенной динамике Ферхюльста-Рикера-Планка [8]. Для вывода уравнений модели используем связь между размером ядра, энергией связи и числом нейтронов и протонов, которую представим в виде [6-7]

$$rE = B(A, Z) \quad (1)$$

Здесь  $A = Z + N$ ,  $N$ ,  $Z$  - число нуклонов, нейтронов и протонов соответственно.

Используя экспериментальные данные [9] и стандартное выражение радиуса ядра  $r(A) = r_0 A^{1/3}$ , отражающее слабую сжимаемость ядерного вещества, можно определить левую часть уравнения (1). В результате находим зависимость произведения радиуса ядра на энергию связи от числа нуклонов. Для согласования с данными [9]

положим

[http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR\\_3\\_5\\_2012.pdf](http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR_3_5_2012.pdf)

$$B / r_0 = a_0 + a_1 A + a_2 A^{4/3} + a_3 Z^2 + a_4 (N - Z)^2 A^{-2/3} \quad (2)$$

$$a_0 = -14438.078; a_1 = -15418.779; a_2 = 15181.734;$$

$$a_3 = -687.601; a_4 = -22502.817$$

Здесь даны значения коэффициентов, полученные на основе обработки данных [9] по энергии связи, вычисленной относительно изотопа углерода  $^{12}\text{C}$ . Все коэффициенты имеют размерность КэВ. Отметим, что выражение (2) имеет высокую степень точности для всех нуклидов с числом нуклонов  $A \geq 20$  - рис. 1.

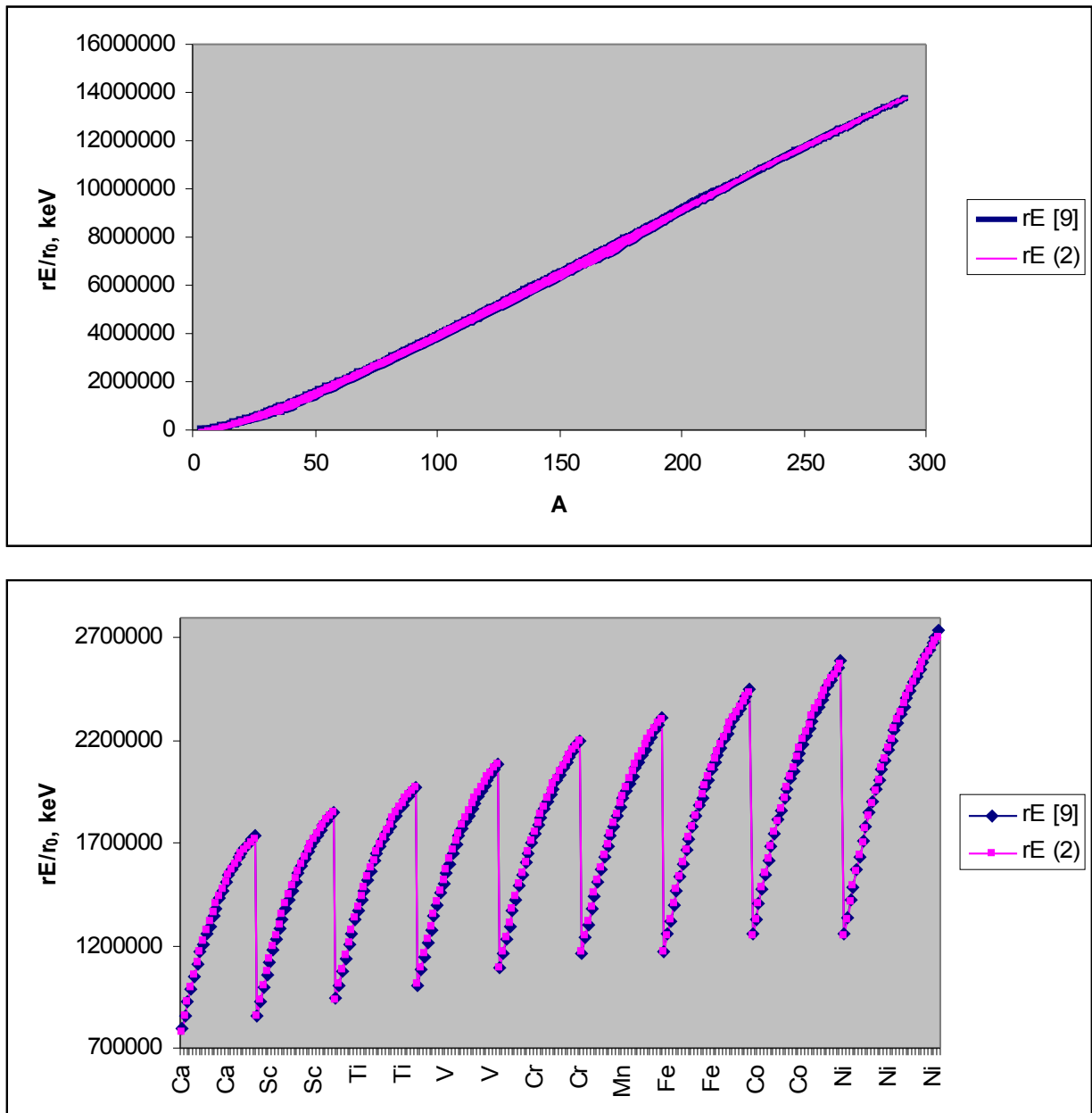


Рис. 1. Зависимость произведения размера ядра на энергию связи от числа нуклонов (вверху) и для ряда изотопов, рассчитанная по уравнению (2) и по данным [9].

Построим на основе уравнения (1) дискретную модель уровней энергии в ядрах следующим образом:

$$E_{A+1}E_A^2 = \frac{B_{A+1}B_A^2}{r_{A+1}r_A^2} = \frac{A}{4\pi r_A^3/3} \frac{4\pi r_A}{3r_{A+1}} \frac{B_{A+1}B_A}{A} \quad (3)$$

С другой стороны, можно связать плотность нуклонов в ядре с энергией, используя статистику Ферми-Дирака, имеем

$$n_A = \frac{A}{4\pi r_A^3/3} = \frac{g_Z Z/A}{e^{(E_Z - \mu_Z)/\theta} + 1} + \frac{g_N N/A}{e^{(E_N - \mu_N)/\theta} + 1} \quad (4)$$

Здесь  $g_i, E_i, \mu_i, \theta$  - весовые множители, энергия и химический потенциал протонов и нейтронов, и статистическая температура нуклонов соответственно. Рассмотрим результаты, полученные в упрощенной модели при условии равенства химических потенциалов и энергии связи двух видов нуклонов:

$$\mu_N = \mu_Z = \mu_A = -\theta b, \quad E_Z = E_N = -E_A/A.$$

В этом случае модель можно представить в виде

$$(x_{A+1} + b)(x_A + b)^2 = \frac{K}{e^{-x_A} + 1} \quad (5)$$

$$x_A = -\frac{E_A}{A\theta} - b, \quad K = \frac{4\pi g_A}{3\theta^3} \frac{B_A B_{A+1}}{A^4} (1 + 1/A)^{2/3}$$

Здесь  $g_A = g_N + g_Z$ .

Модель (5) отличается от аналогичной модели, развитой в работах [6-7] тем, что она не имеет особенности в точке  $x_A = 0$ . При фиксированном числе нуклонов первое уравнение (5) можно рассматривать как модель установления равновесия в системе нуклонов при ненулевой температуре [6]. В этом случае имеем

$$x_{i+1} = \frac{K}{(x_i + b)^2 (e^{-x_i} + 1)} - b \quad (6)$$

Основные свойства модели (6) совпадают со свойствами модели, обсуждаемой в работах [6-7]. В частности, бифуркационная диаграмма модели (6) имеет характерный вид «четыре крысы», а также воспроизводит переход к хаотическому поведению в области значений параметра  $b > \ln 137$  - рис. 2.

Рассмотрим двумерное обобщение модели (6), возникающее при отклонении химического потенциала от заданного значения пропорционально энергии связи, имеем:

$$x_{i+1} = \frac{K}{(x_i + b)^2 (e^{-x_i} + 1)} - b_1 + y_i, \quad y_{i+1} = \beta x_i \quad (7)$$

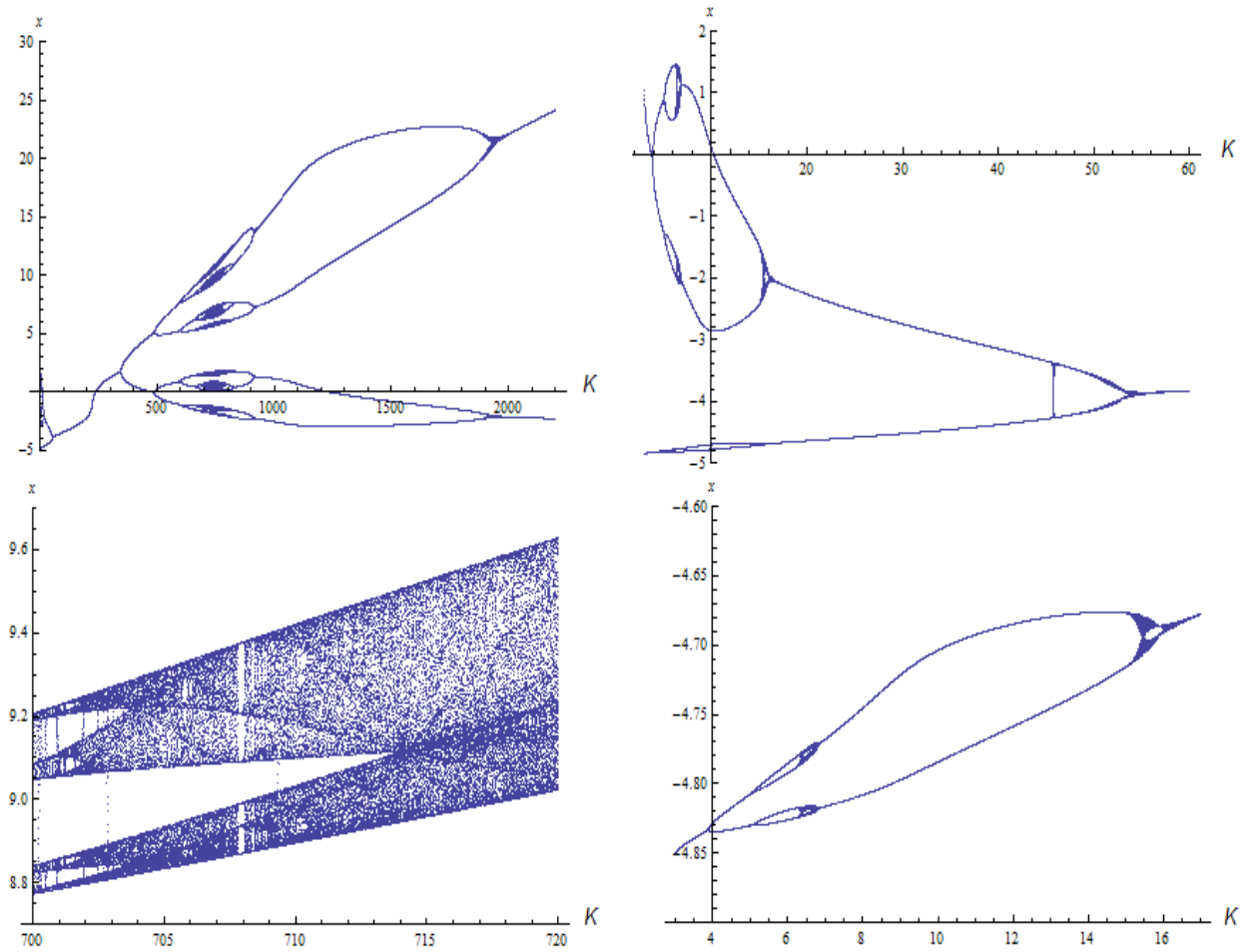


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма «четыре крысы», содержащая характерные зоны хаотического поведения. Расчеты сделаны по модели (6) для значения параметра  $b = \ln 137.035999$ .

Модель (7) обладает рядом интересных свойств. В области значений  $b_1 = b = \ln 137; \beta = -0.63; 800 \leq K \leq 4840$  модель имеет решения, похожие на странный аттрактор, описанный в работах [10-11] и других – рис. 3. В области параметров  $b = \ln 137; b_1 = b/137; \beta = -1.0001; K > 0$  решения образуют геометрические фигуры, видимо, свидетельствующие о фазовых переходах в системе нуклонов – рис. 4.

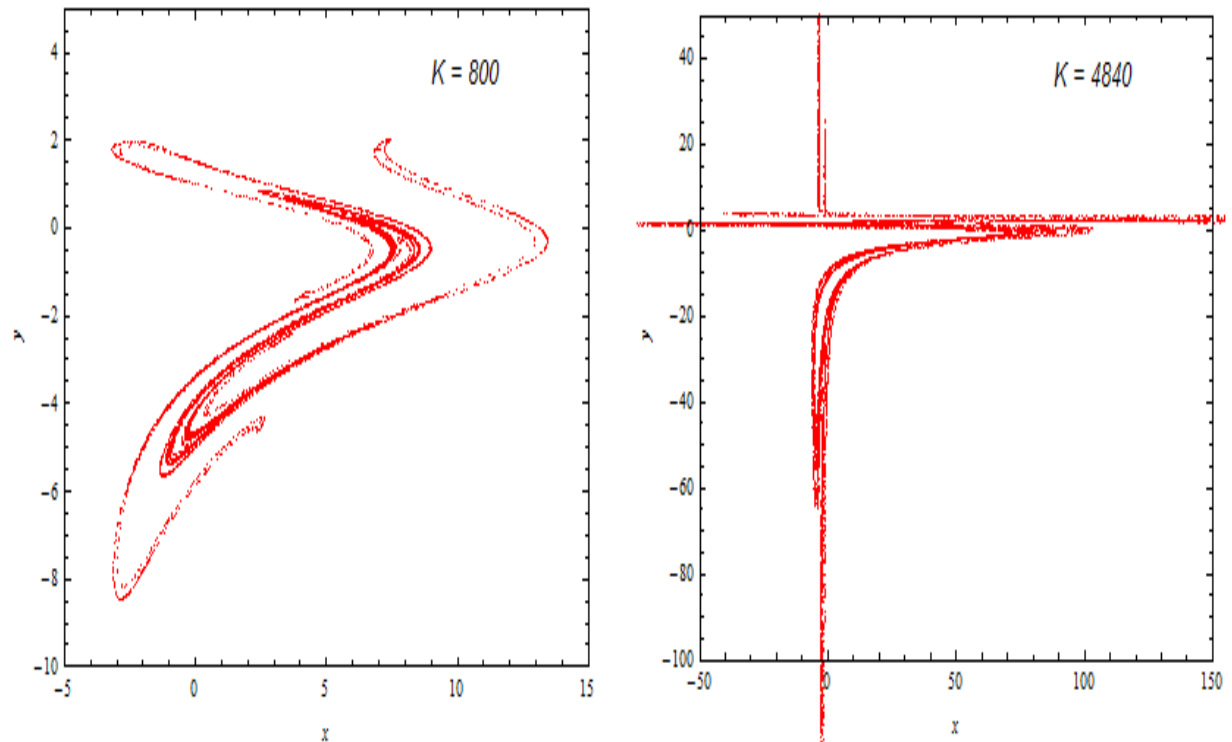


Рис. 3. Странный аттрактор, возникающий в модели (7) в области параметров  $b_1 = b = \ln 137$ ;  $\beta = -0.63$ ;  $800 \leq K \leq 4840$ .

Наконец, рассмотрим решение уравнения (7) в одномерном случае при  $\beta = 0$ ;  $y_i = 0$ ,  $b = \ln 137$ ;  $b_1 = b/137$ , т.е. с параметрами, для которых получены фигуры на рис. 4. В этом случае уравнения (6) и (7) различаются только величиной константы в правой части этих уравнений. Тем не менее, их бифуркационные диаграммы отличаются весьма существенно – сравните рис. 3 и 5. Для решений уравнения (7) при указанных значениях параметров бифуркационная диаграмма содержит только две ветви. В окрестности точки бифуркации возникает сгущение решений, формирующих линейчатый спектр энергии – рис. 5.

Таким образом, мы показали, что в системе нуклонов в атомных ядрах при конечной температуре могут наблюдаться фазовые переходы, обусловленные взаимным влиянием изменения энергии и химического потенциала, а также линейчатый спектр энергии и хаос, ранее обнаруженный в модели [6].

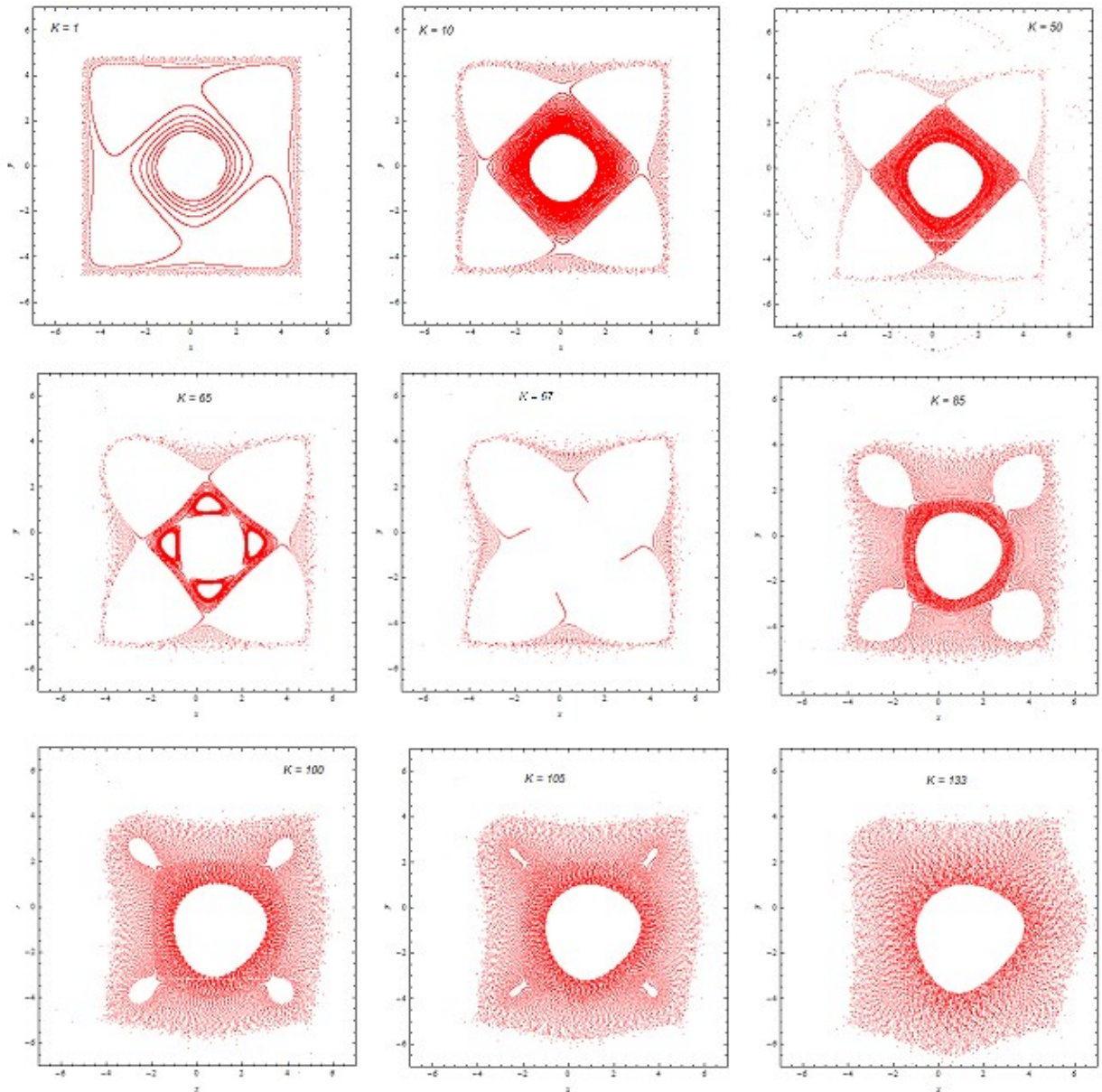


Рис. 4. Характерные фигуры, которые образуют на плоскости состояния системы (7), описывающие энергию и химический потенциал нуклонов при постоянной температуре в области параметров  $b = \ln 137$ ;  $b_1 = b / 137$ ;  $\beta = -1.0001$ ;  $1 \leq K \leq 200$ .

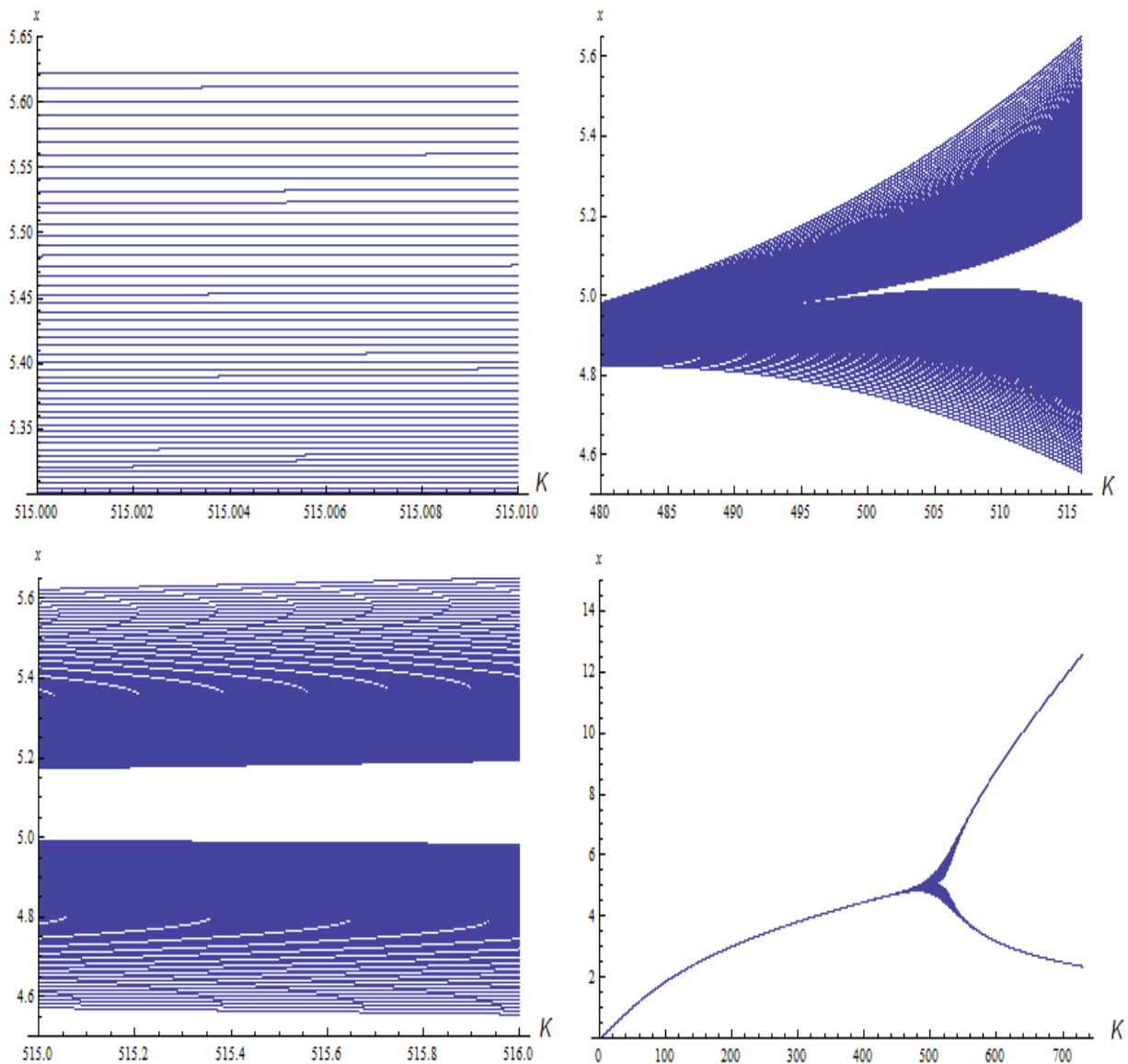


Рис. 5. Бифуркационная диаграмма с одной «толстой» бифуркацией, в окрестности которой формируется линейчатый спектр энергии. Расчеты сделаны по модели (7) для значений параметров  $\beta = 0$ ;  $y_i = 0$ ,  $b = \ln 137$ ;  $b_1 = b/137$ .

## References

1. P. Leboeuf. Regularity and chaos in the nuclear masses/ Lect. Notes Phys. **652**, Springer, Berlin Heidelberg 2005, p.245, J. M. Arias and M. Lozano (Eds.).
2. Jorge G. Hirsch, Alejandro Frank, Jose Barea, Piet Van Isacker, Victor Velazquez. Bounds on the presence of quantum chaos in nuclear masses//Eur. Phys. J. A 25S1 (2005) 75-78
3. Jose Barea, Alejandro Frank, Jorge G. Hirsch, Piet Van Isacker. Nuclear masses set bounds on quantum chaos// Phys.Rev.Lett. 94 (2005) 102501

4. Luca Salasnich. Chaos and Quantum Chaos in Nuclear Systems/ In 6-th workshop "Perspectives on Theoretical Nuclear Physics", Cortona (Italy), 12-14 October 1995
5. E. Caurier, J.M.G. Gomez, V.R. Manfredi, L. Salasnich. Quantum Chaos in  $A=46-50$  Atomic Nuclei// Phys. Lett. B365 (1996) 7.
6. A. P. Trunev. BINDING ENERGY BIFURCATION AND CHAOS IN ATOMIC NUCLEI // Chaos and Correlation, April 30, 2012, [http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR\\_2\\_4\\_2012.pdf](http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR_2_4_2012.pdf)
7. A. P. Trunev. The structure of atomic nuclei in Kaluza-Klein theory // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №02(76). С. 862 – 881. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/02/pdf/70.pdf>
8. Volov D.B. The generalized Verhulst-Ricker-Planck dynamics and its relation to the fine-structure constant. Bulletin of Volga Region Transportation. # 5 (29). 82-90. 2011. Д.Б. <http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/11612.html>
9. JAGDISH K. TULI. NUCLEAR WALLET CARDS (Seventh edition). April 2005, NATIONAL NUCLEAR DATA CENTER, [www.nndc.bnl.gov](http://www.nndc.bnl.gov)
10. Hénon, M. A Two-Dimensional Mapping with a Strange Attractor// Comm. Math. Phys. 50, 69-77, 1976.
11. Weisstein, Eric W. "Hénon Map." From MathWorld--A Wolfram Web Resource. <http://mathworld.wolfram.com/HenonMap.html>