



**Chaos and Correlation**  
International Journal, August 5, 2012

**Моделирование энергии  
возбужденных состояний  
атомных ядер на основе  
скалярной модели глюболов**

**Simulation of the atomic nuclei  
exited states on the basis of  
the scalar model of glueballs**

**Alexander P. Trunev (Toronto, Canada)**

**Alexander P. Trunev**

В работе рассмотрена скалярная модель глюонного конденсата, в котором образуются глюболы. Показано, что энергия возбужденных состояний ядер описывается с приемлемой точностью интегралом от плотности конденсата по объему глюбола.

Ключевые слова: атомное ядро, возбужденные состояния, адрон, глюонный конденсат, глюбол, масса, скалярное поле.

In this paper we consider a scalar model of the gluon condensate, in which bubbles are formed - glueballs. It is shown that the energy of the nuclei exited states is described with acceptable accuracy by the integral of the condensate density in terms of the glueball.

Keywords: gluon condensate, exited states, glueball, hadron, mass, nuclei, scalar fields.

Согласно современным представлениям атомные ядра состоят из нуклонов – нейтронов и протонов, которые, в свою очередь, состоят из кварков, взаимодействующих между собой посредством векторных калибровочных бозонов – глюонов. Квантовая хромодинамика (КХД), описывающая такого рода взаимодействие, является необычайно сложной теорией, поэтому в моделях ядер элементарных частиц, построенных на основе КХД, широко используются различные упрощения и численные методы. Глюбол является одной из гипотетических частиц, предсказанных на основе КХД [1]. Предполагается, что глюбол состоит только из глюонного конденсата. Согласно вычислениям, сделанным в рамках решеточной КХД [2], скалярная частица такого типа обладает массой около 1730 МэВ.

В работе [3] было выполнено моделирование массы адронов на основе модели глюбола [4] с использованием Wolfram Mathematica 8 [5]. Было показано, что масса всех известных адронов с приемлемой точностью описывается интегралом от плотности конденсата по объему глюбола. В настоящей работе модель глюбола [4] использована для моделирования возбужденных состояний атомных ядер.

Эта модель в обозначениях работы [4] имеет вид

$$\begin{aligned}\partial_{\mu} \partial^{\mu} \phi &= -\phi \left[ \chi^2 + \lambda_1 (\phi^2 - \phi_{\infty}^2) \right] \\ \partial_{\mu} \partial^{\mu} \chi &= -\chi \left[ \phi^2 + \lambda_2 (\chi^2 - \chi_{\infty}^2) \right]\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь скалярные поля  $\phi, \chi$  описывают распределение конденсата;  $\lambda_1, \lambda_2$  - параметры модели;  $\phi_{\infty}, \chi_{\infty}$  - собственные значения задачи. В случае сферической симметрии система уравнений (1) приводится к виду

$$\begin{aligned}x\phi'' + 2\phi' &= ax\phi \left[ \chi^2 + \lambda_1 (\phi^2 - \phi_{\infty}^2) \right] \\ x\chi'' + 2\chi' &= ax\chi \left[ \phi^2 + \lambda_2 (\chi^2 - \chi_{\infty}^2) \right]\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь введена безразмерная переменная  $x = ra^{-1/2}$ . Граничные условия для системы уравнений (2) имеют вид:

$$\begin{aligned}\phi(0) &= 1, \quad \phi'(0) = 0, \\ \chi(0) &= \chi_0, \quad \chi'(0) = 0.\end{aligned}\quad (3)$$

Система уравнений (2) с граничными условиями (3) решалась с использованием Wolfram Mathematica 8 [5] при значениях параметров из работы [4]:  $a = 1; \lambda_1 = 0.1; \lambda_2 = 1; \phi_{\infty} = 1.6171579; \chi_{\infty} = 1.49273856$ . Результаты расчетов функций  $\phi, \chi$  приведены на рис. 1.

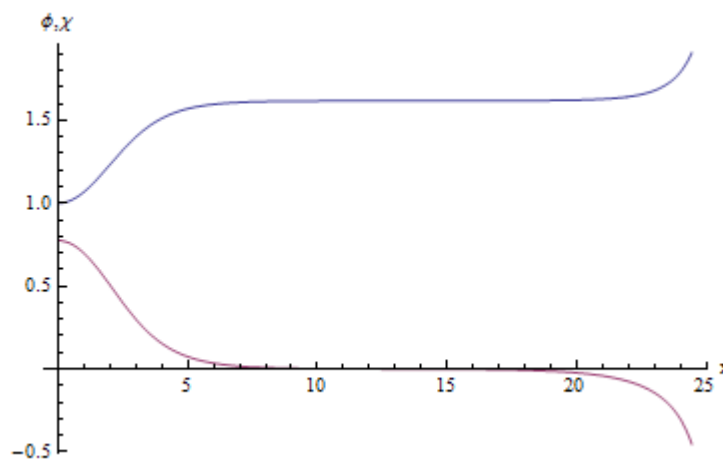


Рис. 1. Параметры глобола, вычисленные по данным [4]:  $a = 1; \lambda_1 = 0.1; \lambda_2 = 1; \phi_{\infty} = 1.6171579; \chi_{\infty} = 1.49273856$ .

Как видно из данных, приведенных на рис. 1, глюбол представляет собой сферическое образование с плотностью, зависящей от координаты. В теории [4, 6] плотность конденсата описывается эффективным Лагранжианом

$$G = -L_{eff} = \langle H_i^A H^{Ai} \rangle - \langle E_i^A E^{Ai} \rangle \quad (4)$$

Здесь  $E_i^A, H_i^A$  - хромoeлектрическое и хромагнитное поле соответственно.

Выражение плотности конденсата в зависимости от распределения скалярных полей имеет вид [4]

$$G = -\frac{1}{2}(\phi'^2 + \chi'^2) + \frac{\lambda_1}{4}(\phi^2 - \phi_\infty^2)^2 + \frac{\lambda_2}{4}(\chi^2 - \chi_\infty^2)^2 - \frac{\lambda_2}{4}\chi_\infty^4 - \frac{1}{2}\phi^2\chi^2 \quad (5)$$

В частном случае подгруппы SU(2) выражение (5) сводится к виду

$$G_{SU(2)} = -\frac{1}{2}\phi'^2 + \frac{\lambda_1}{4}(\phi^2 - \phi_\infty^2)^2 \quad (6)$$

Выражения (5)-(6) вместе с решениями задачи (2)-(3) были использованы для моделирования массы адронов [3] – рис. 2. Предполагается, что адроны состоят из центрального ядра – глюбола, окруженного шубой из кварк-глюонных полей. Для каждого адрона глюбол имеет определенный радиус, а масса глюбола определяется интегралом от некоторой линейной комбинации функций (5) и (6). Кроме того, в массу глюбола вносит вклад поверхностное натяжение, обусловленное конечным размером глюбола. Таким образом, масса глюбола определяется согласно

$$m = 4\pi a^{3/2} \int_0^{x_0} (G + bG_{SU(2)} + k\rho/x)x^2 dx \quad (7)$$

Было рассмотрено две модели плотности:  $\rho = \phi^2 + \chi^2$  - рис. 2, и  $\rho = 1$ . Показано, что модели имеют одинаковую точность в сравнении с массой адронов, что, видимо, объясняется поведением функций  $\phi, \chi$ , сохраняющих постоянное значение в широком интервале изменения радиальной координаты. Кроме того, отдельно был изучен функционал массы в случае SU(2) конденсата:

$$m = 4\pi a^{3/2} \int_0^{x_0} (G_{SU(2)} + k\rho/x)x^2 dx \quad (8)$$

Считая, что масса отдельного адрона пропорциональна массе его глюбола, имеем

$$m_H = Hm \quad (9)$$

Изменяя параметры модели, можно добиться согласования зависимостей (7)-(8) с табличными данными массы адронов. Для решения этой задачи использовалась встроенная в Wolfram Mathematica 8 [5] таблица элементарных частиц с параметрами ParticleData[["Hadron", "Mass"]].

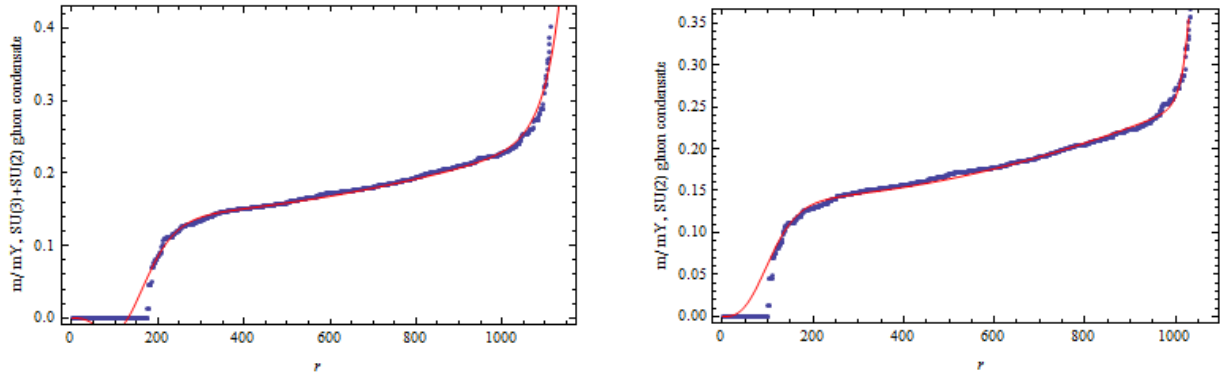


Рис. 2. Сравнение массы адронов с массой глюбола, вычисленной по уравнениям (7)-(8) при  $\rho = \phi^2 + \chi^2$ . Параметры модели (7):  $a = 0.0003815$ ;  $b = 1.792$ ;  $k = 0.0237$ ;  $h=0.3665$ . Параметры модели (8):  $a=0.000536$ ;  $k = 0.0164$ ;  $h = 0.414$ ;  $mY = 11019$  МэВ.

Для моделирования энергии возбужденных состояний ядер – рис. 3-4, используется модель (7)-(9) и встроенная в Wolfram Mathematica 8 [5] таблица изотопов с соответствующими параметрами. Например, для данных на левом рис. 3 таблица изотопов вызывается с параметрами IsotopeData["Ni58", "ExcitedStateEnergies"].

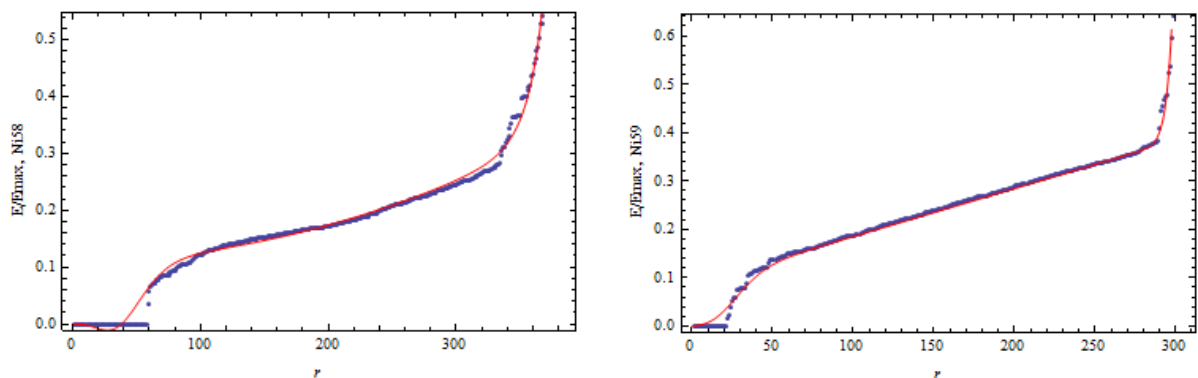


Рис. 3. Сравнение энергии возбужденных состояний изотопов никеля с энергией глюбола, вычисленной по уравнениям (7)-(8) при  $\rho = \phi^2 + \chi^2$ . Параметры модели (7) для изотопа Ni58:  $k = 0.01906$ ;  $h=0.2698$ ;  $a = 0.003756$ ;  $b = 1.94$ . Параметры модели (8) для изотопа Ni59:  $a = 0.0068$ ;  $k = 2.09$ ;  $h = 0.3235$ ;

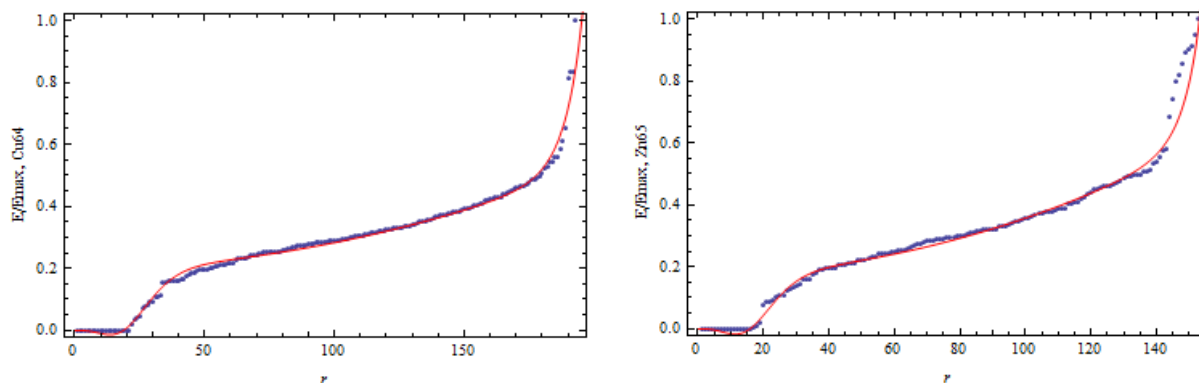


Рис. 4. Сравнение энергии возбужденных состояний изотопов меди и цинка с энергией глюбола, вычисленной по уравнению (7) при  $\rho = \phi^2 + \chi^2$ . Параметры модели (7) для изотопа Cu64:  $k = 0.0092$ ;  $h = 0.44$ ;  $a = 0.01356$ ;  $b = 2.085$ . Параметры модели (7) для изотопа Zn65:  $a = 0.02168$ ;  $b = 1.962$ ;  $k = 0.00984$ ;  $h = 0.44$ .

Из таблицы изотопов извлекается лист данных, в который добавляется некоторое число нулевых состояний. Эти данные позволяют совместить начало координат, в которых энергия возбужденного состояния и масса глюбола связаны линейной зависимостью (9). Данные для энергии возбужденных состояний нормируются на максимальный элемент. Далее осуществляется подгонка параметров моделей -  $a, b, h, k$  для модели (7) и  $a, h, k$  для модели (8).

Для каждого изотопа подбираются свои параметры, что указывает на индивидуальный сценарий развития глюбола в каждом случае. Например, для изотопа Ni59 параметр поверхностного натяжения использовался не в форме  $k/x$ , как для изотопа Ni58, а в форме  $k/x^2$ , что, видимо, обусловлено влиянием углового момента, который не учитывается в модели (1).

Таким образом, мы показали, что линейная модель (9), связывающая массу адронов с массой центрального ядра – глюбола, распространяется и на возбужденные состояния атомных ядер. В этом случае глюбол, видимо, следует считать пузырьком, образующимся в квантовом конденсате при возбуждении ядра, аналогично тому, как образуются поры в твердом теле и кавитационные пузырьки в жидкости при растяжении.

Наконец, заметим, что для моделирования линейной стадии развития глюбола при возбуждении атомных ядер, можно использовать одно, например, первое уравнение (1), дополненное слагаемыми, учитывающими осцилляции пузырька. Такого рода модель квантового гармонического осциллятора широко использовалась в моделировании

ядерных оболочек [7-8]. В работах [9-10] для моделирования ядерных оболочек использовалось скалярное волновое уравнение в 5-мерном пространстве, которое в 4-мерном пространстве сводится к первому уравнению (1). В этом смысле модель [4, 6] (и развитая выше модель возбужденных состояний ядер) является очевидным нелинейным обобщением линейных моделей ядерных оболочек, согласованная со структурой адронов.

## References

1. В. В. Анисович Экзотические мезоны: поиск глюболов // УФН. — 1995. — Т. 165. — С. 1225—1247.
2. Colin J. Morningstar, Mike Peardon Glueball spectrum from an anisotropic lattice study//Physical Review D 60 (3): 034509, (1999). arXiv:hep-lat/9901004.
3. Alexander Trunev. Simulation of hadron masses on the basis of the scalar model of glueballs// Chaos and Correlation, August 2, 2012.
4. V. Dzhunushaliev. SU(3) glueball gluon condensate//arXiv:1110.1427 [hep-ph].
5. Wolfram Mathematica 8// <http://www.wolfram.com/mathematica/>
6. V. Dzhunushaliev. Scalar model of the glueball// Hadronic J. Suppl. 19, 185 (2004); <http://arxiv.org/pdf/hep-ph/0312289v4.pdf>
7. Maria Goeppert-Mayer. On Closed Shells in Nuclei/ DOE Technical Report, Phys. Rev. Vol. 74; 1948. II DOE Technical Report, Phys. Rev. Vol. 75; 1949
8. Jensen, J. Hans D. Glimpses at the History of the Nuclear Structure Theory, The Nobel Prize in Physics 1963 (12 December 1963).
9. А. Р. Трунев. The structure of atomic nuclei in Kaluza-Klein theory // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №02(76). С. 862 – 881. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/02/pdf/70.pdf>
10. Трунев А.П. Ядерные оболочки и периодический закон Д.И. Менделеева// Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета (Научный журнал КубГАУ) [Электронный ресурс]. – Краснодар: КубГАУ, 2012. – №05(79). С. 414 – 439. – Режим доступа: <http://ej.kubagro.ru/2012/05/pdf/29.pdf>

