



## Свойства непрерывных и дискретных распределений событий в поле центральных сил

Трунев А.П. – к. ф.-м. н., Ph.D.

Изучены свойства функции плотности распределения событий вдоль угловой и радиальной координаты в случае непрерывных и дискретных распределений в поле центральных сил.

Ключевые слова: АСТРОНОМИЯ, АСТРОСОЦИОТИПОЛОГИЯ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ, СЕМАНТИЧЕСКИЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ МОДЕЛИ, СОЛНЕЧНАЯ СИСТЕМА, ГРАВИТАЦИОННОЕ ПОЛЕ.

## Properties of continuous and discrete distributions of events in the field of central forces

Alexander Trunev , Ph.D.

The properties of the functions of the density distribution of events along the angular and radial coordinates in the case of continuous and discrete distributions in the field of central forces are described in the paper.

Key words: ASTRONOMY, ASTROSOCIOTYPOLOGY, COMPUTATIONAL EXPERIMENT, SEMANTIC INFORMATION MODELS, SOLAR SYSTEM, GRAVITATION FIELD.

### Основная теорема астросоциотипологии

В работах /1-2/ была сформулирована основная теорема астросоциотипологии, которая устанавливает зависимость функции распределения случайных событий, происходящих на земле от кинематических и динамических параметров нашей планеты при ее движении вокруг Солнца, а именно:

**социальная реакция большой группы субъектов на воздействие любого небесного тела Солнечной системы может быть описана функцией среднеквадратичного отклонения нормированной частоты выбора, зависящей от радиальной скорости в системе Земля - небесное тело.**

Некоторые следствия этой теоремы:

**1) социальная реакция большой группы субъектов на воздействие любого небесного тела Солнечной системы, кроме Солнца может быть описана функцией среднеквадратичного отклонения нормированной частоты выбора, зависящей от уг-**

лового аспекта небесного тела с Солнцем при наблюдении с Земли (от разности долгот небесного тела и Солнца);

2) социальная реакция большой группы субъектов на воздействие Солнца может быть описана функцией средне-квадратичного отклонения нормированной частоты выбора, зависящей от долготы Солнца.

При выводе этой теоремы предполагается, что на планете происходит ряд однородных событий, число которых в единицу времени описывается функцией  $W(t)$ , нормированной на единицу за один период обращения планеты вокруг центрального светила, т.е.

$$\frac{1}{T} \int_0^T W(t) dt = 1 \quad (1)$$

Период обращения связан с угловой скоростью движения по орбите интегральным соотношением

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^T \omega(t) dt = 1$$

Для замкнутых траекторий эта теорема является следствием дифференциального уравнения, связывающего плотность функции распределения вдоль радиальной и угловой координаты в полярной системе координат

$$W(t) dt = W(t) \frac{dt}{dr} dr = W(t) \frac{dr}{d\vartheta} \frac{d\vartheta}{\dot{r}} = \frac{W(t)}{\omega(t)} d\vartheta \quad (2)$$

Отметим связь кинематических параметров:

$$\dot{r} = \omega \frac{dr}{d\vartheta} \quad (3)$$

Как известно, в поле центральных сил тело совершает финитное движение по эллипсу, уравнение которого в полярной системе координат можно представить в виде:

$$\frac{1}{r} = a + b \cos \mathcal{G}$$

$$a = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r_{\min}} + \frac{1}{r_{\max}} \right), b = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{r_{\min}} - \frac{1}{r_{\max}} \right) \quad (4)$$

Здесь  $r_{\min}, r_{\max}$  - минимальное и максимальное удаление планеты от центра масс системы.

В поле центральных сил выполняется закон сохранения момента импульса в форме

$$\omega r^2 = l = \text{const}$$

Отсюда и из уравнений (3-4) вытекают простые соотношения

$$\dot{r} = lb \sin \mathcal{G}$$

$$\sin \mathcal{G} = \pm \sqrt{1 - \left( \frac{1}{br} - \frac{a}{b} \right)^2} \quad (5)$$

$$\omega(\mathcal{G}) = l(a + b \cos \mathcal{G})^2$$

В случае равновероятных событий положим в уравнениях (2)  $W(t)=1$ , и, используя (5), находим плотности распределения событий вдоль угловой и радиальной координаты

$$w(\mathcal{G}) = c_1 / \omega(\mathcal{G}) = c_1 / l(a + b \cos \mathcal{G})^2$$

$$w(r) = c_2 / |\dot{r}| = c_2 / lb \sqrt{1 - \left( \frac{1}{br} - \frac{a}{b} \right)^2} \quad (6)$$

Здесь  $c_1, c_2$  – постоянные множители, которые можно найти из условия нормирования. Отметим, что полученные плотности (6) зависят от полярного угла (или долготы Солнца) и радиальной координаты, хотя исходное распределение не зависит от времени. Плотность функции распределения в зависимости от расстояния имеет особенности в точках остановки, где радиальная скорость обращается в нуль.

В дискретном случае, рассмотренном в /3-7/ и других работах по астросоциотипологии, вместо уравнения (2) используются нормированные частоты и их стандартные отклонения:

$$\bar{w}_{ij} = \bar{w}_i(r_j) = \frac{N_{ij} / \sum_j N_{ij}}{\sum_i N_{ij} / \sum_{i,j} N_{ij}}, \quad N_{ij} = \frac{W_i(r_j)}{|\dot{r}(r_j)|}$$

$$\delta w_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i \left( \bar{w}_{ij} - \frac{1}{n} \sum_i \bar{w}_{ij} \right)^2}, \quad 1 \leq i \leq n, \quad 1 \leq j \leq m \quad (7)$$

Основная теорема астросоциотипологии непосредственно следует из определений (6), которые не содержат никаких внешних параметров, кроме радиальной скорости. Второе следствие теоремы вытекает непосредственно из первого уравнения (5), а первое следствие вытекает из того факта, что при наблюдении с земли за небесным телом, орбита которого близка к окружности, радиальная скорость в системе Земля – небесное тело связана с разностью долгот соотношением /2/:

$$\dot{r} = r_e (\omega_e - \omega_h) \sin(\mathcal{G} - \mathcal{G}_e) \quad (8)$$

Здесь  $r_e, \omega_e, \mathcal{G}_e$  – радиус, угловая скорость Земли, и долгота Солнца соответственно,  $\omega_h, \mathcal{G}$  – угловая скорость вращения небесного тела по орбите вокруг Солнца и его долгота соответственно.

### Некоторые свойства непрерывных распределений событий в поле центральных сил

Предположим, что известна функция распределения событий вдоль угловой координаты,  $w = w(\mathcal{G})$ , которую нормируем на единицу

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w(\mathcal{G}) d\mathcal{G} = 1 \quad (9)$$

Функция плотности распределения вдоль радиальной координаты может быть получена из дифференциального соотношения:

$$w(\mathcal{G}) d\mathcal{G} = w(\mathcal{G}(r)) \frac{d\mathcal{G}}{dr} dr = \tilde{w}(r) dr \quad (10)$$

Отметим, что функция плотности распределения отличается от функции с тильдой в правой части (10) на постоянный множитель, который определяется из условия нормировки. Вместо радиальной переменной удобно использовать нормированную переменную

$$x = \frac{r_{\max} - r}{r_{\max} - r_{\min}}$$

Тогда уравнение (10) приобретает вид

$$w(\mathcal{G})d\mathcal{G} = w(\mathcal{G}(x))\frac{d\mathcal{G}}{dx}dx = \tilde{w}(x)dx \quad (11)$$

Отсюда следует, что отношение плотностей вдоль угловой и нормированной координаты (с учетом нормировки и положительной определенности плотности) в случае Солнца равно

$$w(\mathcal{G})/w(x) = \frac{\pi}{2} \sin \mathcal{G}, \quad 0 \leq \mathcal{G} \leq \pi \quad (12)$$

В случае произвольного небесного тела, используя уравнение (8), находим:

$$w(\mathcal{G})/w(x) \approx C|\sin(\mathcal{G} - \mathcal{G}_e)| \quad (13)$$

Здесь  $C$  – постоянный множитель, который определяется из условия нормировки.

Отметим, что уравнение (13) выполняется с точностью до величины эксцентриситета земной орбиты (или орбиты небесного тела). С той же точностью можно связать между собой функцию плотности распределения событий по времени  $W(t)$  и функцию  $w = w(\mathcal{G})$ . Действительно, используя уравнение (2), находим

$$W(t)dt = \frac{W(t)}{\omega(t)}d\mathcal{G} \approx \frac{T}{2\pi}W(t)d\mathcal{G}$$

Таким образом, если использовать вместо истинной угловой скорости ее среднее значение, определяемое по периоду обращения планеты, тогда плотность распределения событий по углу связана с плотностью распределения событий по времени простым соотношением:

$$w(\mathcal{G}) \approx \frac{T}{2\pi}W\left(\frac{T\mathcal{G}}{2\pi}\right) \quad (14)$$

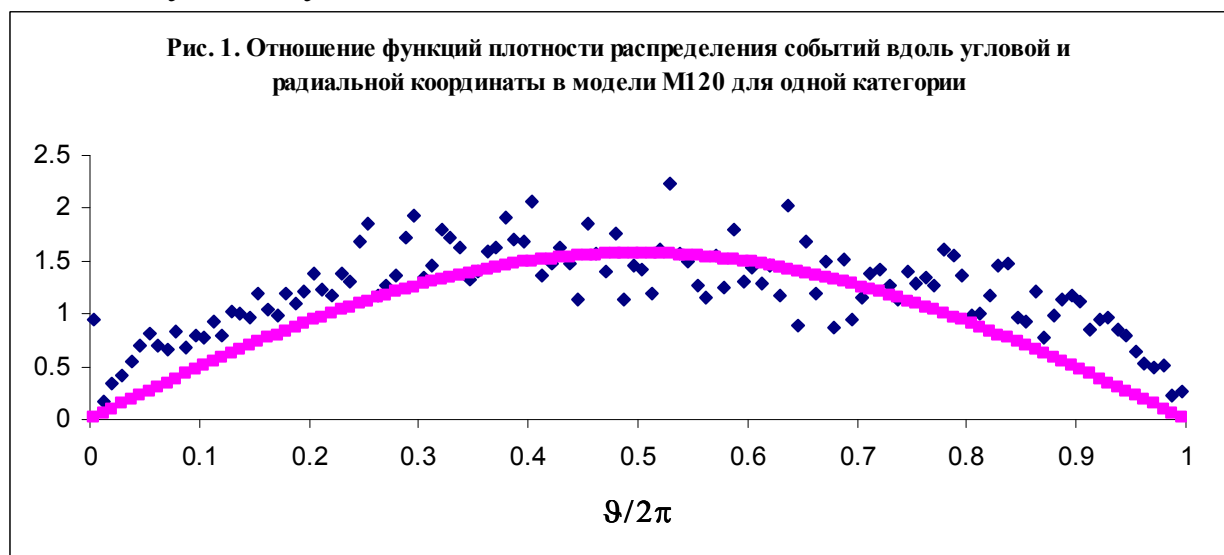
Далее заметим, что если функция  $W(t)$  является регулярной, то и функция  $w = w(\mathcal{G})$  является регулярной в силу (14). Но тогда функция  $w = w(x)$  может иметь особенности в точках, где  $\sin \mathcal{G} = 0$ , в силу уравнения (13) или в точках, где  $\sin(\mathcal{G} - \mathcal{G}_e) = 0$ , в силу уравнения (13). Очевидно, что эти свойства относятся к непрерывным распределениям событий, тогда как в случае дискретных событий особенности заменяются конечными величинами – пиками событий /1-2/.

### Свойства дискретных распределений событий в поле центральных сил

Можно предположить, что в случае дискретных распределений уравнение (12) имеет дискретный аналог

$$N_{ij}(\mathcal{G}_j) / N_{ij}(x_j) \cong \frac{\pi}{2} \sin \mathcal{G}_j, \quad 0 \leq \mathcal{G}_j \leq \pi \quad (15)$$

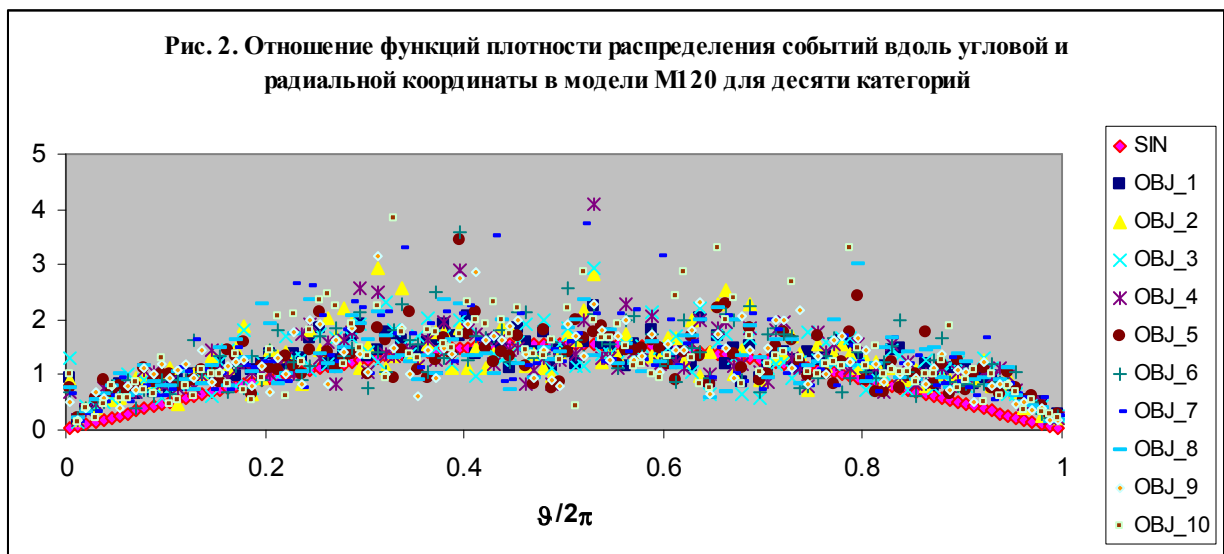
Уравнение (15) выполняется тем точнее, чем больше общее число случаев и число ячеек модели, а также число случаев, приходящихся на одну ячейку.



На рис. 1 представлены данные отношения распределений  $N_{ij}(\mathcal{G}_j) / N_{ij}(x_j)$  реализации выбора 20007 респондентов из 37 категорий для одной категории с общим числом случаев 13640 в зависимости от нормированного угла  $\mathcal{G}_j / 2\pi$  в модели M120. Числа  $N_{ij}(\mathcal{G}_j), N_{ij}(x_j)$  определялись на основе комплекса программ «Эйдос-астра» /8-9/ путем суммирования записей банка данных, отно-

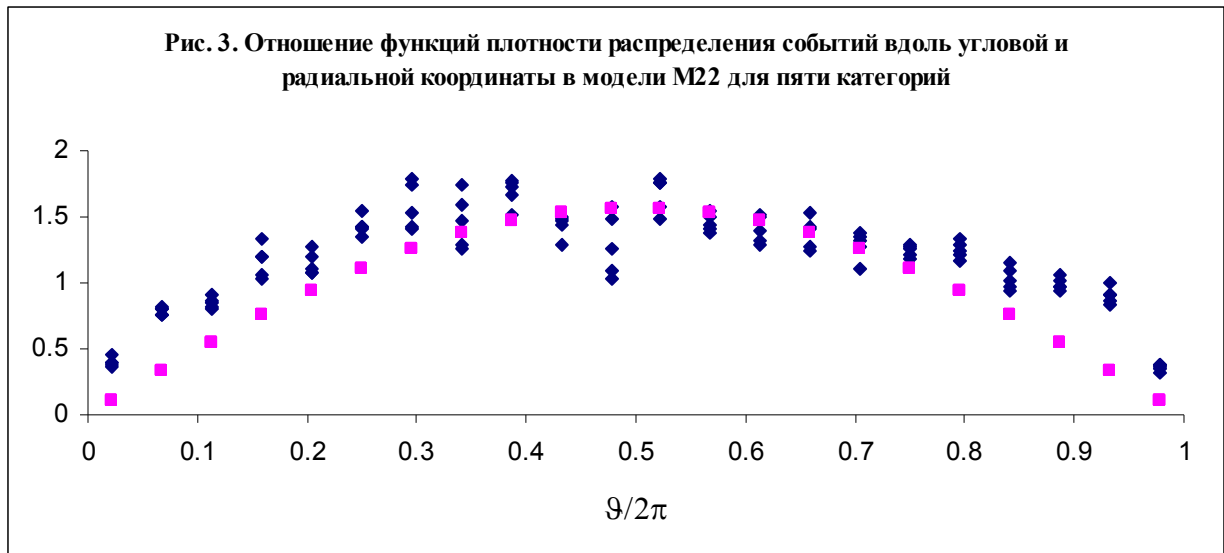
сящихся к данной категории в данной ячейке. Сплошная линия на рис. 1 представляет правую часть уравнения (15). Наблюдается линейная корреляция данных с теоретической кривой с коэффициентом  $R^2 = 0.6443$ .

Менее представительные категории имеют большее рассеяние данных относительно теоретической кривой. Поэтому по мере роста числа категорий рассеяние данных возрастает. Тем не менее, данные всех 37 исследованных категорий ложатся вокруг теоретической кривой. На рис. 2 представлены данные отношения распределений  $N_{ij}(\mathcal{G}_j) / N_{ij}(x_j)$  реализации выбора 20007 респондентов из 37 категорий для десяти наиболее представительных категорий из таблицы 1 работы [3] с общим числом случаев 44176 в зависимости от нормированного угла  $\mathcal{G}_j / 2\pi$ , в модели M120. Сравнивая данные на рис. 1 и 2 можно сделать вывод, что рассеяние данных относительно теоретической кривой (15) заметно растет с ростом числа категорий. Это связано с тем, что при уменьшении общего числа случаев приходящихся на категорию, уменьшается и число случаев, приходящихся на одну ячейку модели.



Уменьшая число ячеек модели, можно понизить рассеяние данных относительно теоретической кривой за счет увеличения числа случаев, приходящихся на одну ячейку. На рис. 3 представлены данные отношения распределений  $N_{ij}(\mathcal{G}_j) / N_{ij}(x_j)$  реализации выбора 20007 респондентов из 37 категорий для пяти наиболее представительных категорий с общим числом случаев 31176 в зависимости от нормированного угла  $\mathcal{G}_j / 2\pi$  в модели M22. Для совокупности этих

данных наблюдается линейная корреляция с теоретической кривой (представлена квадратными символами на рис. 3) с коэффициентом  $R^2 = 0.7928$ .



Таким образом, данные, представленные на рис. 1-3, свидетельствуют, что дискретный аналог уравнения (12) в форме (15) действительно существует. Докажем это утверждение, используя интегральную форму выражения числа событий в данной ячейке и теорему о средней точке, имеем:

$$N_{ij}(\vartheta_j) = N_i \int_{\vartheta_j}^{\vartheta_j + \Delta\vartheta} w(\vartheta) d\vartheta = N_i w(\tilde{\vartheta}_j) \Delta\vartheta, \quad \vartheta_j < \tilde{\vartheta}_j < \vartheta_j + \Delta\vartheta$$

$$N_{ij}(x_j) = N_i \int_{x_j}^{x_j + \Delta x} w(x) dx = N_i w(\tilde{x}_j) \Delta x, \quad x_j < \tilde{x}_j < x_j + \Delta x$$

Здесь  $N_i$  – общее число случаев данного типа. С учетом полученных выражений составим отношение

$$\frac{N_{ij}(\vartheta_j)}{N_{ij}(x_j)} = \frac{w(\tilde{\vartheta}_j) \Delta\vartheta}{w(\tilde{x}_j) \Delta x}$$

Далее заметим, что в дискретном случае при выборе равномерной сетки по угловой и радиальной координате, как в работах /1-7/, отношение  $\Delta\vartheta / \Delta x = const$ . Без ограничения общности можно выбрать эту константу так, чтобы получить выражение (15). Следовательно, уравнение (12) действительно выполняется в дискретном



случае, причем невязка, необходимая для согласования правой и левой части уравнения (15), определяется выбором средней точки в соответствующих интервалах, т.е.

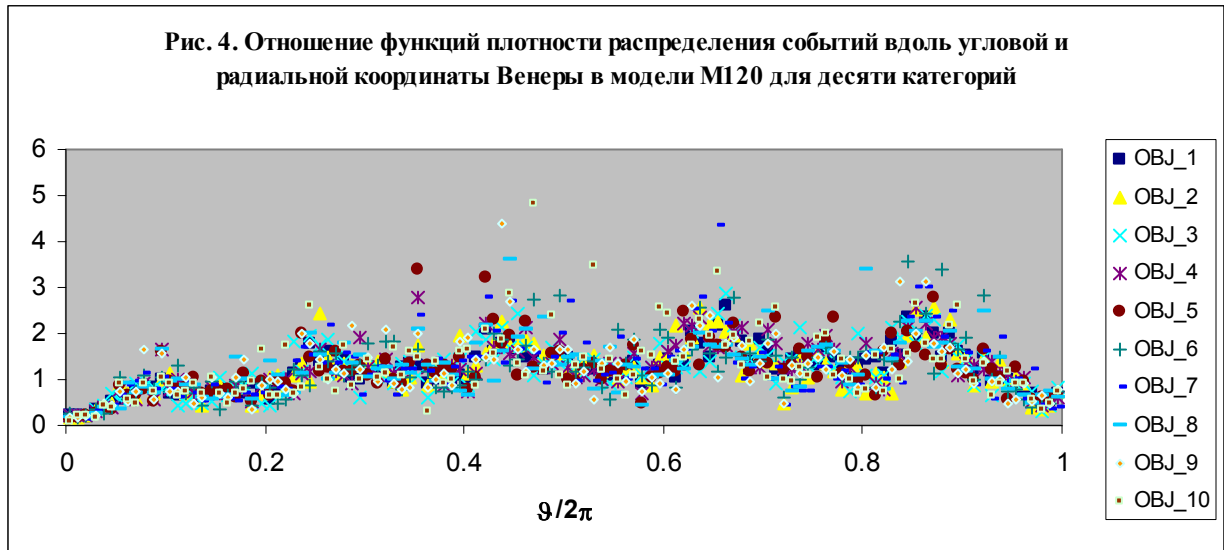
$$\frac{N_{ij}(\mathcal{G}_j)}{N_{ij}(x_j)} = \frac{\pi}{2} \sin \mathcal{G}_j + \frac{w(\tilde{\mathcal{G}}_j)}{w(\tilde{x}_j)} - \frac{w(\mathcal{G}_j)}{w(x_j)} \quad (16)$$

Для дифференцируемой функции плотности распределения легко показать, что невязка в правой части уравнения (16) стремится к нулю при условии, что  $\Delta \mathcal{G}, \Delta x \rightarrow 0$ . Однако, для дискретных распределений это выполняется лишь в том случае, если число случаев, приходящихся на одну ячейку, достаточно велико, что заведомо не выполняется в задачах с конечным числом событий. Для таких задач можно оптимизировать невязку, путем перебора числа ячеек сетки. В частности, для данных, приведенных на рис. 1-3, оптимальное число ячеек сетки  $M=22$ .

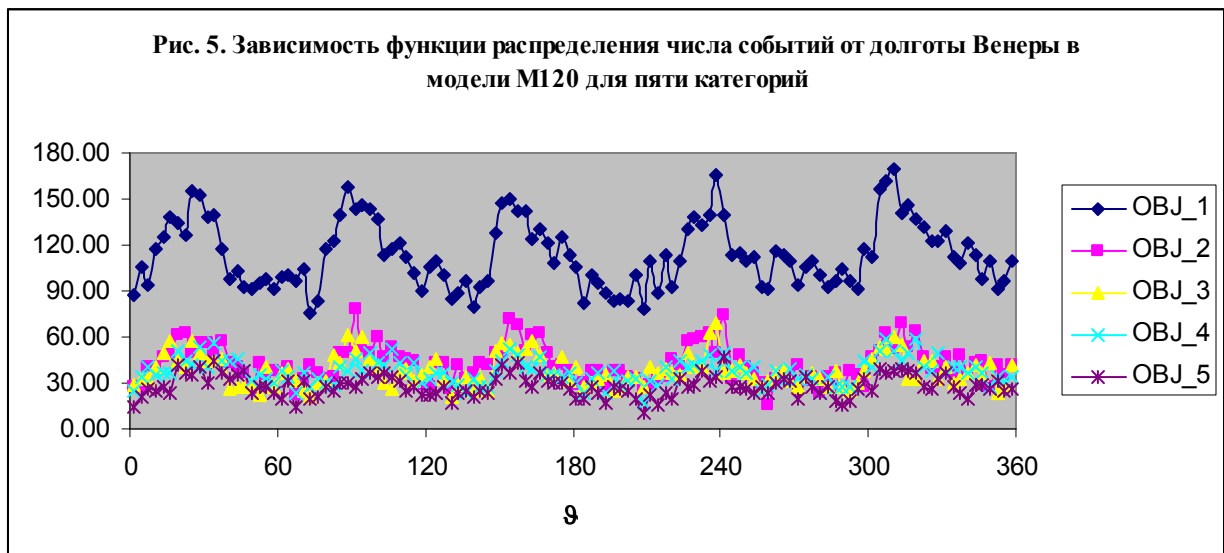
### **Свойства дискретных распределений событий по долготе и расстоянию до небесных тел**

Полученные выше результаты касаются свойств функции плотности распределения событий по угловой и радиальной координате Солнца относительно нашей планеты. К сожалению, для других небесных тел солнечной системы не удастся получить простой дискретный аналог уравнения (13), поскольку в правую часть этого уравнения входит разность углов, а не один угол, как в уравнении (12). Кроме того, даже если исходное распределение событий  $W(t)$  является случайным, распределения событий вдоль долготы и расстояния до небесных тел содержат когерентную составляющую, обусловленную периодическим движением нашей планеты.

На рис. 4 представлены данные отношения распределений по долготе и расстоянию до Венеры -  $N_{ij}(\mathcal{G}_j)/N_{ij}(x_j)$ , реализации выбора 20007 респондентов из 37 категорий для десяти наиболее представительных категорий из таблицы 1 работы /3/ с общим числом случаев 44176 в зависимости от нормированного угла  $x = \mathcal{G}_j / 2\pi$  в модели M120. В распределении данных отчетливо наблюдаются когерентные колебания, обусловленные периодическим движением Земли и Венеры.



На рис. 5 представлены данные абсолютных распределений  $N_{ij}(\vartheta_j)$  реализации выбора 20007 респондентов из 37 категорий для пяти наиболее представительных категорий с общим числом случаев 31176 в зависимости от долготы Венеры в модели M120. Из этих данных следует, что распределение событий по долготе Венеры содержит колебания, обусловленные изменением угловой скорости в системе Венера-Земля.



Действительно, как это следует из уравнения (2), плотность распределения событий вдоль угловой координаты изменяется обратно пропорционально угловой скорости, т.е.

$$w(\vartheta)d\vartheta = \frac{W(t)}{\omega(t)}d\vartheta \tag{17}$$

В случае Солнца это изменение невелико и дается первым уравнением (6). В случае других небесных тел относительное движение велико, что приводит к большому изменению относительной угловой скорости и к появлению колебаний в распределении числа событий, как это видно из данных на рис. 5.

На рис. 6 представлена зависимость угловой скорости Венеры относительно Земли от долготы Венеры. Сравнивая данные на рис. 5 и 6, можно сделать вывод, что пики числа событий соответствуют зонам изменения знака угловой скорости относительного движения, что реализуется в точках начала и окончания ретроградного движения Венеры. Эти точки сравнительно точно повторяются по долготе Венеры на больших интервалах времени, что приводит к накоплению числа событий в окрестности этих точек, как это видно из данных, приведенных на рис. 5.



Наконец заметим, что указанным свойством квазипериодичности, обусловленным изменением знака относительной угловой скорости, обладают и распределения относительно долготы других небесных тел. Таким образом, в силу уравнения (2), данные распределений относительно координат любого небесного тела — расстояния и долготы, содержат когерентные составляющие, обусловленные периодическим движением небесного тела относительно Земли.

## Ссылки

1. Alexander Trunev. О распределении случайных событий в поле центральных сил/Chaos and Correlation, April 29 , 2009, [http://trunev.com/Chaos/CR\\_4\\_2009.pdf](http://trunev.com/Chaos/CR_4_2009.pdf)

2. Трунев А.П. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЙ В ПОЛЕ ЦЕНТРАЛЬНЫХ СИЛ/Научный журнал КубГАУ, №49(05), 2009. <http://ej.kubagro.ru/2009/05/pdf/01.pdf>
3. Луценко Е.В., Трунев А.П. Фундаментальные законы распознавания социальных категорий по астрономическим данным/ Chaos and Correlation, January 25, 2009, [http://trounev.com/Chaos/CR1\\_1\\_2009.pdf](http://trounev.com/Chaos/CR1_1_2009.pdf)
4. Луценко Е.В., Трунев А.П. Исследование зависимости интегральной информативности от расстояния до небесных тел Солнечной системы/ Chaos and Correlation, Dec. 8, 2008.
5. Eugene Lutsenko, Alexander Trounev. О фундаментальных закономерностях распознавания социальных категорий группы субъектов по астрономическим данным на момент рождения/Chaos and Correlation. International Journal, December 21st, 2008. [http://trounev.com/Chaos/CR12\\_1.pdf](http://trounev.com/Chaos/CR12_1.pdf)
6. Луценко Е.В., Трунев А.П. Исследование вариабельности интегральной информативности моделей реагирования субъектов на положение небесных тел солнечной системы в момент рождения/ Научный журнал КубГАУ, № 45(1), 2009.
7. Луценко Е.В., Трунев А.П. Устойчивость зависимости интегральной информативности от расстояния до небесных тел Солнечной системы/ Научный журнал КубГАУ, № 46(2), 2009, <http://ej.kubagro.ru/2009/02/pdf/12.pdf>
8. Patent 2008610097, Russia, System for Typification and Identification of the Social Status of Respondents Based on the Astronomical Data at the Time of Birth - "AIDOS-ASTRO" / E.V. Lutsenko, A.P. Trunev, V.N. Shashin; Application № 2007613722, January 9, 2008.
9. Трунев А. П., Луценко Е. В. Астросоциотипология: Монография (научное издание). Краснодар: КубГАУ, 2008.