



Chaos and Correlation
International Journal, May 18, 2012

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ОСОБОГО
ПОВЕДЕНИЯ ОДНОМЕРНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ
С ПОСТОЯННОЙ ТОНКОЙ СТРУКТУРЫ**

**DYNAMIC PROCESSES SIMULATION BASED ON
SPECIAL BEHAVIOR OF ONE-DIMENSIONAL
MAPS WITH FINE-STRUCTURE CONSTANT**

**Д.Б. Волов, Самарский государственный
университет путей сообщения, 443066, Россия,
Самара, 1-й Безымянный пер., д. 18, e-mail:
volovdm@mail.ru, www.volovdm1.narod2.ru**

**D.B. Volov, Russia, Samara State University of
Transport, 18 Pervy Bezimyanny pereulok 443066
Samara RUSSIA. e-mail: volovdm@mail.ru
www.volovdm1.narod2.ru**

Вводятся в рассмотрение модифицированное уравнение Клейна-Гордона-Фока и комплексные функции, расширяющие класс периодических функций. Показано, как в решениях модифицированного уравнения могут быть смоделированы одновременно остаточные силы сильного взаимодействия, гравитационные и кулоновские силы. Данные исследования основаны на способности постоянной тонкой структуры «упорядочивать» изначально хаотические динамики в одномерном обобщенном отображении Ферхюльста-Рикера-Планка.

Ключевые слова: одномерные дискретные отображения Ферхюльста, Рикера, постоянная тонкой структуры, бифуркационная диаграмма, уравнение Клейна-Гордона. УДК 524.8 65P30

We introduce a modified Klein-Gordon-Fock equation and complex functions that extend the class of periodic functions. It is shown how the decisions of the modified equation can be modeled both residual force of the strong interaction, gravitational and Coulomb forces. This refers to the generalized Verhulst-Ricker-Planck dynamic. These studies are based on the recently discovered ability of the fine-structure constant "order" was originally a one-dimensional chaotic dynamics.

Keywords: one-dimensional discrete map Verhulst, Ricker, the fine-structure constant, the bifurcation diagram, the Klein-Gordon equation.

Введение

При моделировании процессов динамики популяций в биологических системах используются одномерные отображения, среди которых одной из наиболее ранних считается дискретная модель Ферхюльста-Пирла [4]. При некоторых начальных условиях и величинах параметров оно дает отрицательные значения численности популяции. Подобных ограничений лишена дискретная модель Рикера [2]. Модель Рикера и ее модификации нашли широкое применение в биологии и экономике. Однако некоторые модификации данных моделей могут быть использованы и в физике элементарных частиц [3].

1. Особенности поведения объединенного одномерного отображения Ферхюльста-Рикера-Планка.

При изучении одномерных отображений типа $x_{n+1} \rightarrow f(x_n)$ выяснилось [4], что некоторые обобщенные динамики демонстрируют особое поведение.

Оказалось, что в отличие от одномерного отображения Ферхюльста-Пирла $x_{n+1} \rightarrow qx_n(1-x_n)$, и в отличие от дискретной модели Рикера $x_{n+1} \rightarrow qx_n \exp(-x_n)$, (q – вещественный параметр), бифуркационная диаграмма обобщенной динамики Ферхюльста-Рикера-Планка (ФРП) [4]:

$$x_{n+1} \rightarrow \frac{qx_n^\Phi}{\exp(x_n) + \alpha} \quad (1)$$

(α , Φ - действительные числа), наряду с характерными каскадами бифуркаций удвоения периода, окнами периодичности и т.п., обладает рядом новых свойств. Так, при $\Phi = 1$ и приближении к $\alpha \rightarrow -1 + 0$ хаотическая составляющая динамики (1) обедняется, а при $\alpha = -1$ исчезает вовсе (рис. 1). Система как бы «очищается» от хаотического раздвоения, оставляя одну единственную бифуркацию (рис. 1).

При $\Phi = -2$ (так называемая ФРП⁻²-динамика) и в приближении к $\alpha \rightarrow 1/137... -0$ хаотическая составляющая динамики (1) тоже обедняется, и возникает характерная картина ограниченных бифуркаций, называемая в [4] «четыре крысы» (рис. 2). При любом начальном условии x_0 , выбранном из бассейна притяжения через конечное число итераций получаем упорядоченную картину распределения x (рис. 2). Свойства приведенных «само очищающихся» динамик подробно описаны в [4].

ФРП⁻² динамика имеет место на $\alpha \in \sim[-0.43, +0.106]$, $r \in \sim[e^{-4}, e^{+8}]$ и дает значения x в диапазоне $\sim e^{19.5} \approx 3 \cdot 10^8$. При значении параметра $\alpha = 1/137...$ вся хаотическая часть оказывается скрытой в «ушках крыс» справа (рис. 2). Динамика строится в логарифмических координатах, чтобы подробнее рассмотреть «левые крысы» (рис. 2, ветвь слева, при малых q).

ФРП⁻²-динамика при приближении значения параметра α к значению, равному значению безразмерной постоянной тонкой структуры, обладает наибольшим

многообразием в смысле количества бифуркаций при наименьшей степени хаотичности.

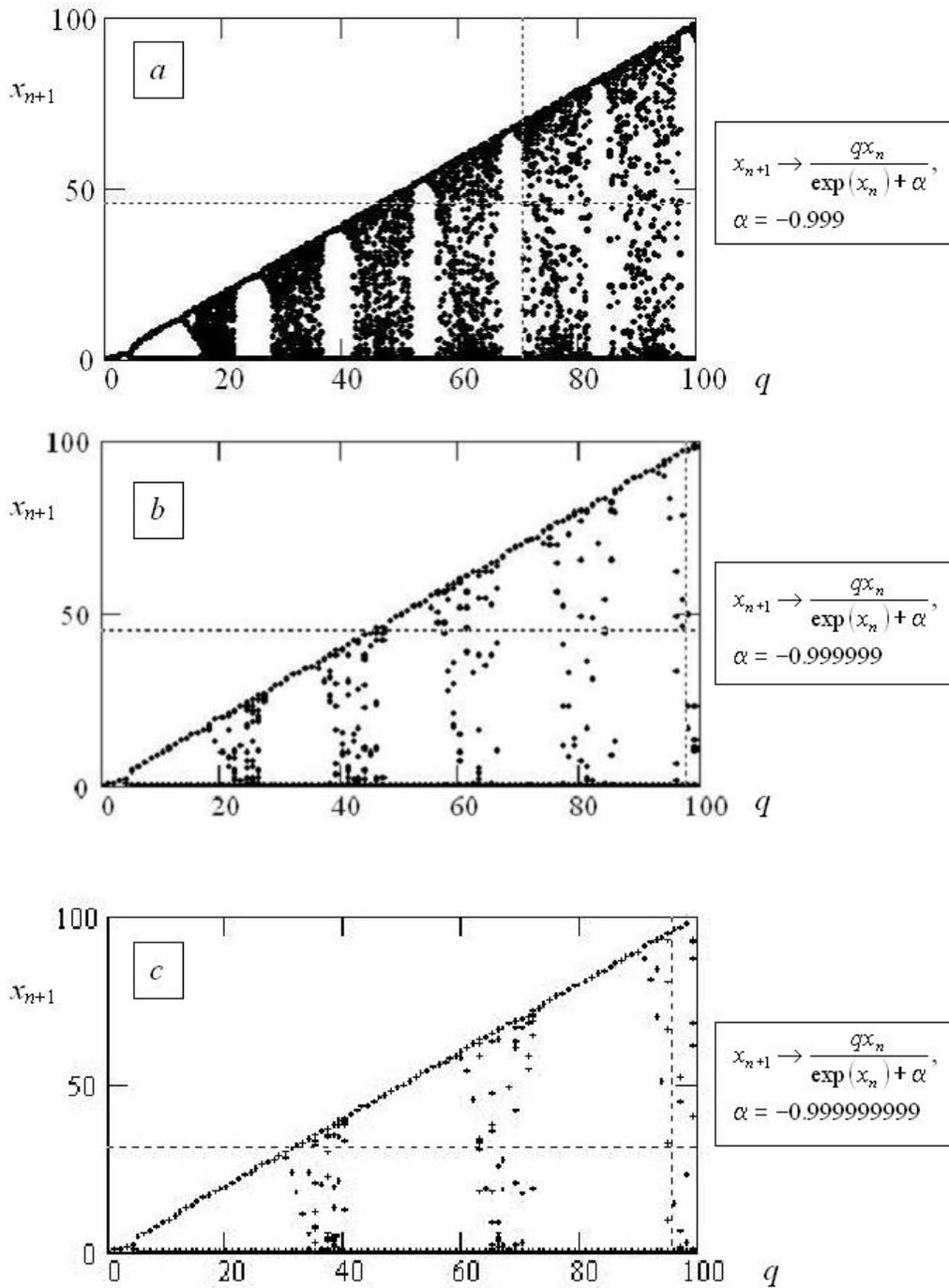


Рис. 1. «Очищение» динамики «бозонов» при $\alpha \rightarrow -1$.

Отношение расстояний между точками бифуркаций в логарифмических координатах (рис. 3) как по горизонтали, так и по вертикали равно двум: $x_1/x_2 = x_3/x_4 = q_1/q_2 = 2$. Величина a/b отношения зазора в начале бифуркаций к зазору в ее конце, возможно, равна $\pi/4$.

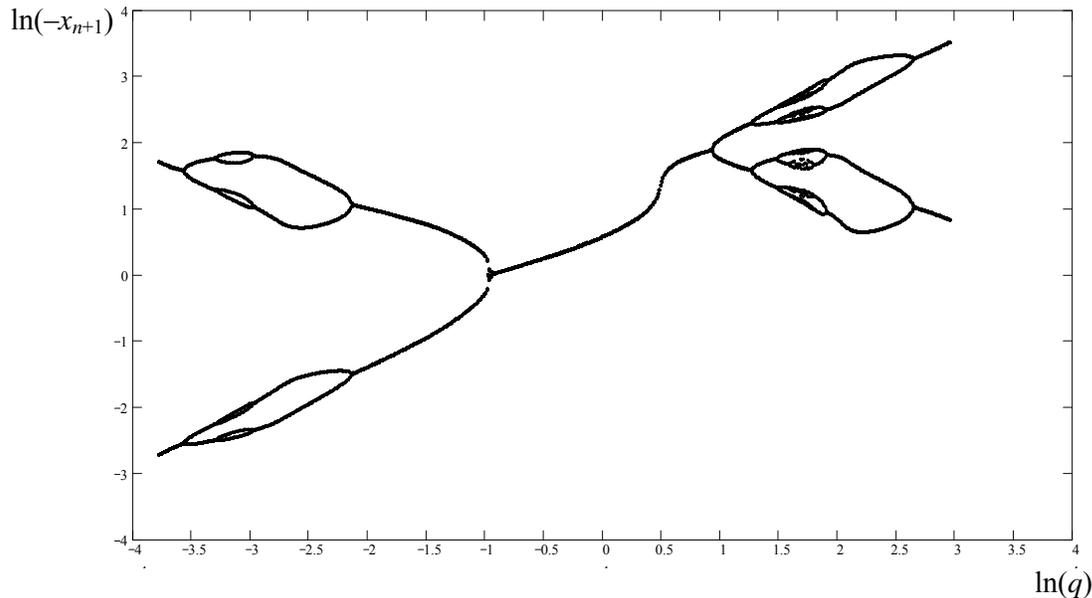


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма «четыре крысы» [4]. Динамика

$$x_{n+1} \rightarrow \frac{-(q/x_n^2)}{\exp(x_n) + \alpha} \text{ (ФРП}^2\text{-динамика), } \alpha = 1/137\dots \text{ Исчезновение хаотичности.}$$

Главный результат, впервые описанный в работе [4], заключается в следующем: для обобщенной динамики Ферхюльста-Рикера-Планка (1) обнаружено, что существуют два предельных значения безразмерного параметра: $\alpha = -1$ и $\alpha \approx +1/137\dots$. При приближении к первому значению бифуркационная диаграмма обедняется и вырождается в две линии (рис. 1), а при приближении ко второму – обладает максимальным многообразием при минимальной степени хаоса (рис. 2).

Применительно к статистическим распределениям бозонов и фермионов, одномерную динамику при $\alpha = -1$ предлагается ассоциировать с бозонами, а динамику с $\alpha \approx +1/137\dots$ – с фермионами, предварительно преобразовав формулу (1) явным выделением «химического потенциала» $kT \ln |\alpha|$. Тогда для статистики Бозе-

Эйнштейна и Ферми-Дирака: $n_i = \frac{g_i}{\exp(\varepsilon_i / kT - \ln|\alpha|) \pm 1}$, (n_i – среднее число частиц в состоянии i , ε_i – энергия состояния i , g_i – кратность вырождения, k – постоянная Больцмана, T – температура, -1 относится к бозонам $+1$ – к фермионам), соответственно имеем «бозонные» динамики (1) при $\alpha = -1$ и «фермионные» при $\alpha \approx +1/137$ Статистика без ± 1 в знаменателе (классическая, Максвелла - Больцмана) тогда ассоциируется с динамикой Рикера.

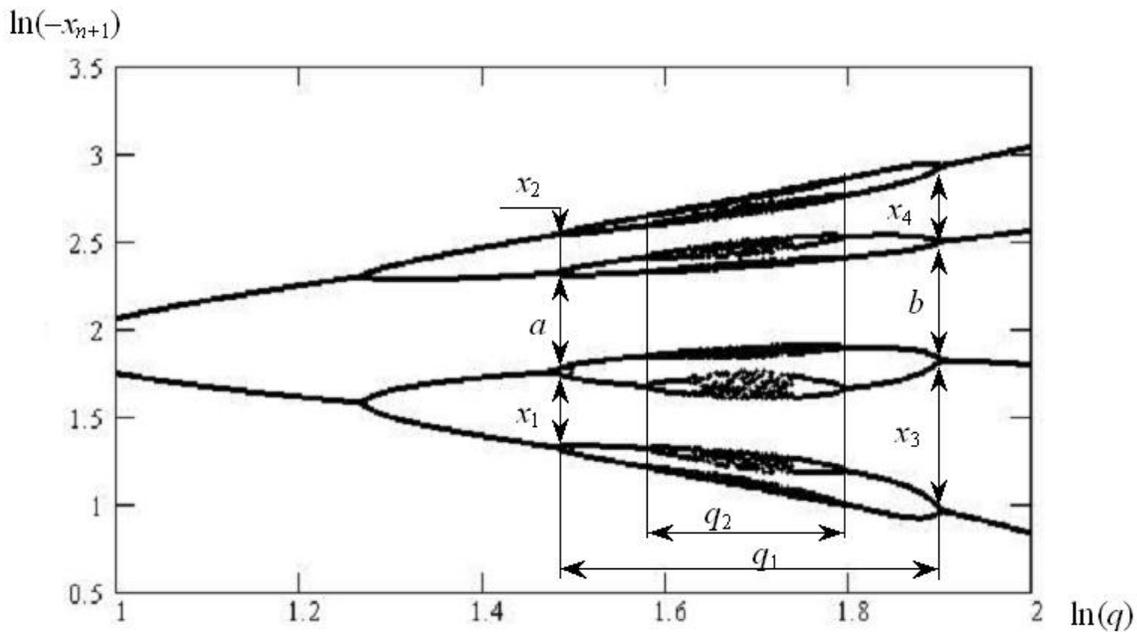


Рис. 3. Баланс бифуркационных плеч в ФРП²-динамике.

2. Совместное моделирование сил кулоновского, гравитационного и сильного взаимодействий.

В задачах на движение массивных заряженных частиц, когда необходим учет остаточных сил сильного взаимодействия, оказывается полезной процедура представления потенциала взаимодействия в виде (1).

В квантово-полевом подходе для описания частиц, имеющих массу покоя, используют уравнение Клейна – Гордона – Фока (КГФ) [5]:

$$\left(\square - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \varphi = 0, \quad \square = \partial_x^2 + \partial_y^2 + \partial_z^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2, \quad (2)$$

где \square - даламбертиан, m – масса, c - скорость света, \hbar - редуцированная постоянная Планка, φ - полевая функция или ее компоненты в пространстве внутренней симметрии, x – координаты в пространстве-времени (точка в пространстве-времени). Решение записывается в виде суперпозиции волн $\psi(\mathbf{r}, t) = \exp(\pm i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t))$, непосредственная подстановка которых уравнение (2) налагает условие на волновые числа k и круговую частоту ω [2].

В присутствии гравитационного поля с метрикой $g_{\mu\nu}$ уравнение (2) имеет вид [6]:

$$\sqrt{-g} \frac{\partial}{\partial x^\mu} \left[\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \frac{\partial}{\partial x^\nu} \varphi \right] - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \varphi = 0, \quad (3)$$

где $g = |g^{\mu\nu}|$ - определитель метрики, $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$.

Для объяснения возникновения массы у калибровочного поля привлекается механизм Хиггса, не нарушающий свойство перенормировки в отличие от моделей с явным нарушением локальной симметрии посредством введения массивных векторных членов в лагранжиан [7]. Спонтанное нарушение симметрии трактуется как частичная или полная потеря системой изначально имеющейся в ней симметрии, выражающаяся в том, что энергетически или термодинамически наиболее выгодные состояния системы обладают меньшей симметрией, чем уравнения, её описывающие, причем преобразования симметрии переводят эти состояния друг в друга [6].

Уравнение (2) позволяет достаточно хорошо описать поведение поля остаточных сил сильного взаимодействия в стационарном сферически симметричном случае через потенциал Юкавы:

$$\varphi = \frac{const \cdot e^{-\mu r}}{r}, \quad (4)$$

причем константа в числителе, которая отражает интенсивность взаимодействия, отрицательна, $\mu = mc/\hbar$ - имеет размерность $[m^{-1}]$, экспериментальная оценка $\mu \approx 10^{15} m^{-1}$. Это предельный наблюдаемый радиус действия ядерных сил.

Положительная экспоненциальная часть сопряженного (4) решения отбрасывается как не физическая [8]. Волновое решение уравнения (2) для этого случая $\psi(z, t) = \exp(i(\omega t - kz))$ приводит к условию $\frac{\omega^2}{c^2} - k^2 - \mu^2 = 0$.

Запишем отображение (1) в виде:

$$(\mu r)_{n+1} \rightarrow \frac{-2q_1 \mu_n^3}{(\mu r)_n^2 (e^{(\mu r)_n} + \alpha)}. \quad (1')$$

При фиксированном μ и $\alpha = 1/137\dots$ получаем динамику $r_{n+1} \rightarrow \frac{-2q_1 \mu}{(r)_n^2 (e^{(\mu r)_n} + \alpha)}$,

аналогичную изображенной на рис. 2, а при фиксированном r и $\alpha = -1$ – динамику

$$\mu_{n+1} \rightarrow \frac{(-2q_1 / r^2) \mu_n}{(e^{(\mu r)_n} - 1)},$$

аналогичную изображенной на рис. 1.

Описанное в предыдущем разделе свойство постоянной тонкой структуры упорядочивать такие одномерные динамики заставляет искать уравнение, решением которого для потенциала Юкавы будет не (4), а:

$$\Phi = \frac{const}{r(e^{\mu r} + \alpha)}. \quad (5)$$

Причем, опираясь на волновое решение уравнения КГФ, можно предположить, что для такого модифицированного уравнения КГФ частным волновым решением должно быть:

$$\Psi = \frac{\Psi_0}{e^{i\mu z} + \alpha}. \quad (6)$$

В отображении (1) величина q (q_1) имеет смысл непрерывно изменяющегося параметра.

Дважды продифференцировав выражение (6) по выделенному направлению z , конструируем по решению такое одномерное уравнение с одной переменной z , $\mu^2 = (mc/\hbar)^2$ - действительное число, чтобы его решением являлось (6):

$$\left((1 + \alpha e^{-i\mu z}) \partial_z^2 + 2i\mu \cdot \partial_z - \mu^2 \right) \Phi = 0,$$

или, обобщая для любого 4-вектора μ_k уже как собственного волнового вектора:

$$\left((1 + \alpha e^{-\mu x}) \square + 2\mu^k \partial_k + \mu^2 \right) \varphi = 0. \quad (7)$$

где в экспоненте под μx понимается скалярное произведение 4-векторов μ_k и x_k . Используем правило Эйнштейна суммирования по повторяющемуся индексу. Форма оператора первых производных - с одной комплексной составляющей: $\partial = (\partial_x, \partial_y, \partial_z, -ic\partial_t)$. Здесь тогда 4-вектор $x = (x, y, z, ict)$, волновой 4-вектор $\mu_k = (k_x, k_y, k_z, i\omega/c)$. Уравнение типа (7) будем называть модифицированным уравнением Клейна – Гордона – Фока (МКГФ).

Моделирование вращения в группе $U(1)$ вводится добавлением в (7) в μx члена

$$\exp(-i\theta): \mu x \rightarrow \mu x \cdot \exp(-i\theta),$$

ассоциируя экспоненту либо вместе с μ : $\mu \exp(-i\theta)$ («импульсное» вращение), либо вместе с x : $x \exp(-i\theta)$ (пространственное). Тогда, например, при $\theta = \pi/2$ в одномерном случае по одной действительной компоненте 4-вектора получаем волновое, незатухающее решение уравнения (7), а при $\theta = 0$ - действительное. Подобное дополнение расширяет уравнение незатухающих механических колебаний [8] до случая вязкого трения. Данная процедура расширяется стандартным образом [6], например, на группу $SU(2) \times U(1)$.

Наличие автомодельных решений уравнения (7) позволяет перейти от уравнения в частных производных к линейному дифференциальному уравнению второго порядка с переменными коэффициентами. Его решением в стационарном сферически симметричном случае как раз и будет модифицированный потенциал Юкавы (5), а само стационарное уравнение в сферических координатах для ликвидации невязки потребует наличия источника поля в правой части уравнения:

$$\left(1 + \alpha e^{-\mu r} \right) \frac{\partial^2 (r\varphi)}{r \partial r^2} + 2\mu \frac{\partial (r^2 \varphi)}{r^2 \partial r} + \mu^2 \varphi = \frac{2q_1 \mu}{r^2 (e^{\mu r} + \alpha)}, \quad (8)$$

который и появляется в обобщенной динамике Ферхюльста-Рикера-Планка в рекуррентной формуле (1').

Уравнение (7) является линейным однородным по φ . Уравнение (8) является линейным по φ , но не однородным (имеется источник $\frac{2q_1 \mu}{r^2 (e^{\mu r} + \alpha)}$). Источник в

уравнении (8) появляется при непосредственной подстановке решения в виде (5) в уравнение (8), при нахождении первой и второй производных по r в сферических координатах.

Видно, что уравнение (7) требует также наличия скалярного поля в «вязких» членах $2\mu^k \partial_k$, которое по своему действию можно отождествить с действием поля Хиггса [5]. Линейное движение в этом поле моделируется линейным движением в среде с «вязкостью», выражаемой членом $2\mu^k \partial_k$, а масса покоя тогда могла бы быть объяснена эффектом «вращения» частицы в этом «вязком» поле и описываться членом $(1 + \alpha e^{-\mu r})$.

Уравнения (7), (8) остаются справедливыми при любом действительном значении константы связи α , но именно при $\alpha = 1/137\dots$ система стремится к упорядоченному состоянию на больших временах. При $\alpha = 0$ система имеет сопряженные решения, полностью симметрична, но неустойчива: $\alpha = 0$ не дает аттрактора динамики (4). Функции, построенные на модифицированной экспоненте, в работе [9] называются битриальными синусом, косинусом, экспонентой, шинусом и чосинусом соответственно (рис. 4). Как видно из рис. 4, они всюду ограничены и не содержат расходимости. При моделировании процессов колебаний они расширяют понятие комплексной экспоненты $\exp(-ix)$ введением дополнительного параметра α :

$\frac{1}{\exp(ix) + \alpha}$, $\alpha \neq 0$. Теория поля, которая могла бы быть построена на данных

функциях, не будет содержать сингулярностей. С другой стороны, переход

$\exp(-ix) \rightarrow \frac{1}{\exp(ix) + \alpha}$, $\alpha \rightarrow 0$ может быть использован в новом методе

регуляризации.

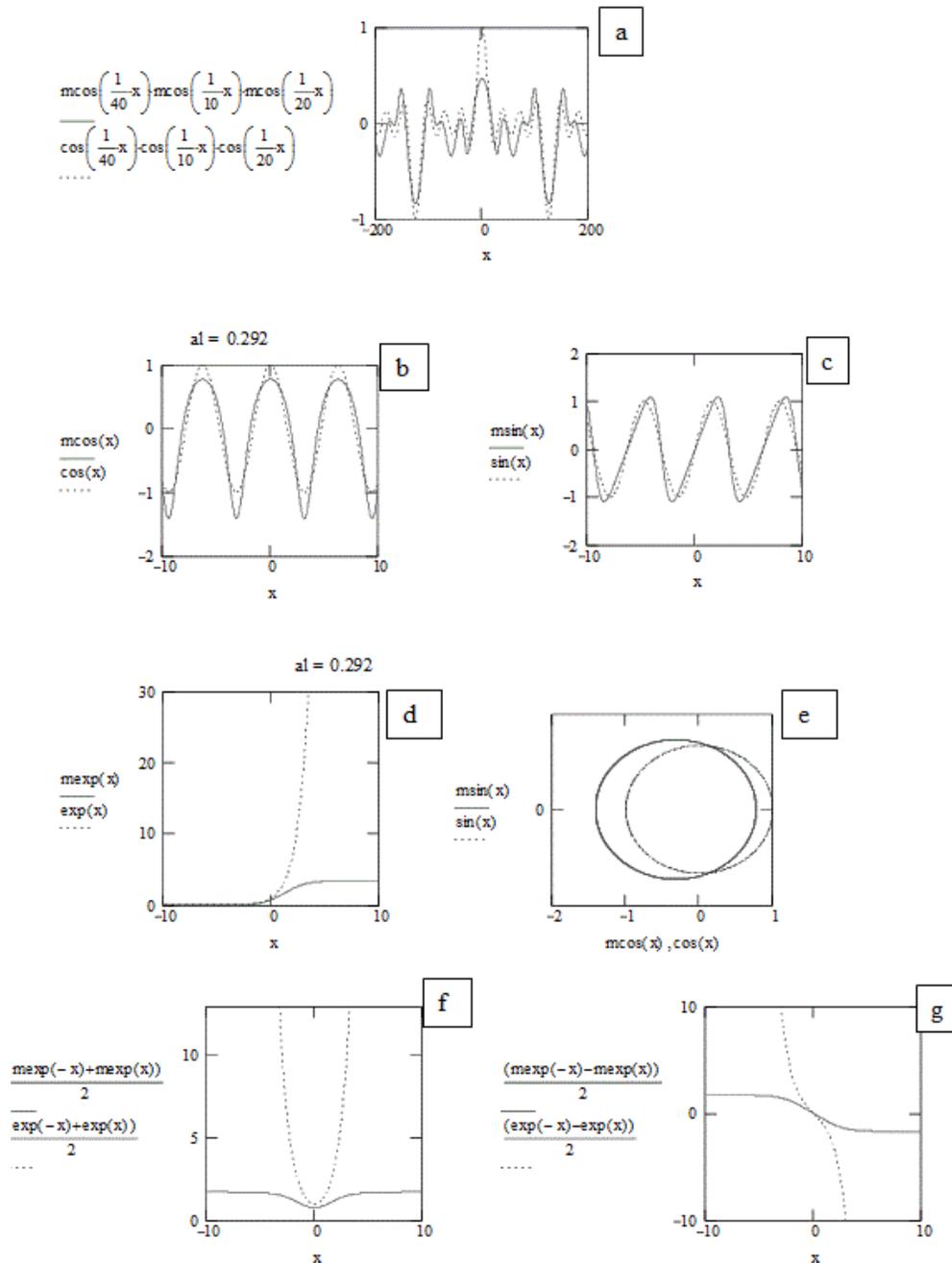


Рис. 4. Примеры моделирования модифицированной стоячей волны (а), битриальные косинус (b), синус (с), битриальные экспонента (d), тригонометрический круг (е), чосинус (f) и шинус (g).

Постоянная α увеличена в 40 раз по сравнению с $\alpha = 1/137\dots$, для визуализации различий.

Как и следовало ожидать, модифицированный потенциал Юкавы (5), являющийся решением (8), ведет себя несколько иначе, чем (4). Как в случае ОТО константа $8\pi G/c^4$ перед тензором энергии-импульса определялась из соображений перехода в предельном случае слабых полей и медленных движений к ньютоновскому

гравитационному полю, так и мы определим константу в (5) таким образом, чтобы в предельном случае потенциал переходил в известные сферически симметричные поля. Для этого надо принять константу в (5) равной $\alpha\hbar c$. Заметим также, что отброшенное не физическое стационарное решение (2), сопряженное с (4), не является решением уравнения (8). Указанное решение удовлетворяет стационарному уравнению:

$$(1 + \alpha e^{\mu r}) \frac{\partial^2(r\varphi)}{r \partial r^2} - 2\mu \frac{\partial(r^2\varphi)}{r^2 \partial r} + \mu^2 \varphi = \frac{-2q_1\mu}{r^2(e^{-\mu r} + \alpha)}, \quad (9)$$

которое имеет вполне определенный физический смысл. Поэтому, чтобы восстановить сопряжение решений, уравнения (8) и (9) следует перемножить и привести к каноническому виду. Сразу сделаем это для 4-векторов:

$$\left[\left((1 + \alpha e^{-\mu x}) \square + 2\mu^k \cdot \partial_k + \mu^2 \right) \left((1 + \alpha e^{\mu x}) \square - 2\mu^l \cdot \partial_l + \mu^2 \right) \right] \varphi = 0 \quad (10)$$

Нам здесь требуется разделять понятия массы частицы m и параметра μ , потому что для уяснения физической сути мы не пользуемся системой с $\hbar = c = 1$. Перегруппировав операторы в их пространстве, при $\alpha \rightarrow 0$ получаем уравнения КГФ в форме (2). Можно предположить, что перегруппировав операторы при $\alpha \neq 0$, получим уравнения мКГФ в форме, схожей с (3). Этот вопрос требует отдельного изучения.

Поскольку операторы линейны по полю, решение (9) складывается из суперпозиции частных решений. Например, рассмотрим решение (8), подразумевая, что нарушение симметрии по $x^0 = t$ уже реализовалась и система пришла в свое стационарное положение равновесия с $\alpha = -1$ для бозонов некоторого поля и $\alpha = 1/137\dots$ для фермионов – частиц, когда некоторые граничные условия приводят к следующей суперпозиции членов (5):

$$q_2\varphi = -2q_1q_2\alpha\hbar c \left[\frac{1}{r(e^{\mu r} + \alpha)} + \frac{1}{r(e^{-\mu r} + \alpha)} + \frac{1}{r(e^{\mu r} - 1)} + \frac{1}{r(e^{-\mu r} - 1)} \right]. \quad (11)$$

При $r \approx 1/\mu = 10^{-15}$ м, $\alpha = 1/137\dots$ имеем результат, мало чем отличающийся от (4) и описывающий остаточное поле сильного взаимодействия. При $r \gg r_0 = 1/\mu$, $r\mu \gg 1$

первый и третий член потенциала в (11) падают до «нуля», а второй перестает зависеть от α , поэтому из (11) при $\mu r \gg 1$:

$$q_2\Phi|_{\mu r \gg 1} \approx -\frac{\hbar c}{r} + \frac{\alpha \hbar c}{r} = -\frac{Gm_G^2}{r} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (12)$$

где G – постоянная тяготения, $m_G = \sqrt{c\hbar/G}$ – характерная масса, введенная Планком, e – заряд электрона, ϵ_0 – диэлектрическая постоянная. Это соответствует закону тяготения вдали от источника гравитационного поля и закону Кулона. В то время как особая роль двух фиксированных значений α уже определена из других соображений: из асимптотического стремления системы к не хаотическому состоянию в динамике ФРП (1). Гравитационная постоянная G в (12) появляется из формулы для массы Планка $m_G = \sqrt{c\hbar/G}$.

Далее, дифференцируя по r потенциальную энергию в (11), найдем силу. В такой «модельной» силе при $\mu r \cong 1$ не квадратичные члены попарно уничтожают друг друга, так что сила оказывается обратно пропорциональной квадрату расстояния до объекта. При $\mu r \gg 1$, как уже показано в (12), сила переходит в гравитационную и электростатическую. При $\mu r \cong 0$ остается одна удвоенная «сила Кулона», остальные – объемные, взаимно уничтожают друг друга. Расстояние затухания поля оценивается как далекое от его источника, находящееся на « $-\infty$ »: $\mu r \rightarrow \ll -\infty$, но на этом расстоянии неограниченно возрастает потенциал в (11), что, видимо, соответствует конфайнменту квантовых полей.

Таким образом, показано, что с помощью решений (11) уравнения (8) можно одновременно смоделировать остаточные силы сильного, гравитационного и электромагнитного взаимодействий в стационарном сферически симметричном поле. И при этом любое поле на достаточном расстоянии r вдали от источника будет сферически симметричным, не учитывающим форму самого источника.

Как уже говорилось, уравнения (7), (10) являются линейными уравнениями второго порядка, поэтому общее «стационарное» решение следует также искать как сумму частных решений (11). Предположим, что любой источник в правой части уравнения может быть представлен Фурье-разложением, модифицированным

аналогичным $\exp(-ix) \rightarrow \frac{1}{\exp(ix) + \alpha}$, $\alpha \rightarrow 0$ образом. Тогда представимые Фурье-разложением источники всегда остаются консервативными по отношению к системе, а сама система – замкнутой. Тогда любая сила в ней будет консервативной. По замечанию Фейнмана любая сила консервативна: «...все глубинные силы, все силы взаимодействия между частицами на самом фундаментальном уровне суть силы консервативные» [9].

Вообще, можно высказать предположение, нуждающееся в строгом математическом доказательстве, что подобные преобразования и функции – преобразование Фурье, двухстороннее преобразование Лапласа, гамма-функцию и ее обобщения на гиперкомплексные числа, функцию в координатах Крускала, пропагатор (функцию Грина), калибровочные преобразования, фейнмановский интеграл по траекториям – возможно модифицировать аналогичным образом: $e^{-\mu x} \rightarrow \frac{1}{e^{\mu x} + \alpha}$.

Уравнение КГФ, составленное для короткодействующих массивных полей, квантованное по радиусу действия этих сил, в модификации мКГФ оказывается способным описать остаточные далекодействующие электромагнитные и гравитационные поля, распространяющие свое влияние далеко за пределы кванта-частицы, очерченного характерным его радиусом действия $1/|\mu|$.

Как известно [5], классический смысл имеют только безмассовые поля (типичный представитель - электромагнитное), поскольку все безмассовые поля являются далекодействующими. Но решения мКГФ, как видно из (11), (12) уже для действительной полевой функции в (8), (7) содержат кроме энергии-импульса еще и заряд (электрический заряд e , заряд массы m_G , определенные через α), и спин, учитываемый при знаке \pm в знаменателях (11) после экспоненты. Векторное поле добавляет к этому еще проекции спина на направления движения $(-1, 0, 1)$. Отметим, что правильная интерпретация в терминах частиц, и связанных с ними характеристик (спина, обобщенного заряда: массы, электрического заряда, цвета) возможна только после вторичного квантования. Поэтому представляется возможным, что уравнение (7) окажется полезным в теории поля.

3. Некоторые перспективы и обобщения.

В данной работе мы имеем дело со случаем, когда по известным частным решениям, интересным для нас в силу особенностей поведения одномерных хаотических динамик, мы находим вид самих уравнений движения, мКГФ (7), (10). По уравнению движения – мКГФ – далее восстанавливается лагранжиан и источники [10]. Уравнения мКГФ расширяют класс уравнений КГФ, конкретизируя его добавлением константы α . Причем в наличии имеется два особенных значения α (особенных в смысле спонтанного движения по x к ним как к аттракторам). Подразумевается, что, как и уравнения Клейна-Гордона-Фока, уравнения мКГФ пригодны для описания полей. С неустойчивым положением поля при $\alpha = 0$, и с двумя его устойчивыми состояниями, при $\alpha = -1$ и $\alpha = 1/137...$ может быть связана причина нарушения симметрии. Модифицированное уравнение мКГФ перемешивает индексы изоспина и пространственные R^3-t .

При $\alpha \equiv 0$ в (10) после факторизации имеем четыре уравнения Дирака в метрике Минковского. Моделирование процесса «спонтанного» нарушения симметрии в этих уравнениях, как и в (7), приобретает иной смысл: на больших временах при понижении температуры хаотическая система стремится к упорядоченному несимметричному по полю состоянию с $\alpha = -1$ для бозонов поля и $\alpha = 1/137...$ для фермионов. Эта спонтанность естественна, поскольку симметричное состояние с $\alpha = 0$ ничем не выделяется, неустойчиво. Поэтому фермионы и бозоны «ищут» устойчивые состояния, и находят их: бозоны при $\alpha = -1$, а фермионы – при $\alpha = 1/137...$

Выводы.

Таким образом, на основе обобщенной одномерной динамики с постоянной тонкой структуры как параметра, получены модифицированные уравнения Клейна – Гордона – Фока. Их решения в состоянии одновременно описать как остаточное сильное, так и гравитационное, и электромагнитное взаимодействия.

Выражаю особую признательность А.П. Зубареву за замечания и предложения, высказанные в процессе подготовки статьи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Verhulst, Pierre-François (1838). "Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement". *Correspondance mathématique et physique* 10: 113–121. Retrieved 09/08/2009.
2. Ricker, W.E. (1954) Stock and Recruitment *Journal of the Fisheries Research Board of Canada*, 11(5): 559–623.
3. Alexander P. Trunev. Binding energy bifurcation and chaos in atomic nuclei//Chaos and Correlation, May 8, 2012, http://chaosandcorrelation.org/Chaos/CR_1_5_2012.pdf
4. Волов Д.Б. Обобщенная динамика Ферхюльста – Рикера – Планка и ее связь с постоянной тонкой структуры // Вестник транспорта поволжья №4 (28). 67. 2011.
5. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. Квантовые поля, М., 1980.
6. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. Введение в теорию квантовых полей. – 4-е изд., испр. – М: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1984. – 600 с.
7. Higgs P.W. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. "Phys. Rev. Lett.", 1964, v. 12, p. 132.
8. Кин Н. Тонг. Теория механических колебаний. М. 1963. 350 с.
9. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике: Т. 8, 9: Квантовая механика. Пер. с англ. Т. 8, 9. Изд. 6.
10. Волов Д.Б. Битриальный подход к теории поля // Вестник СамГУПС. №2(28). 170. 2012.